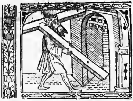
Cax
lib

50
90

nuestro señor nos mostro castidad: τ alos q̃ la guardassen prometio les vida q̃ siẽpre ha de durar y podemos mostrar q̃ esta malicia q̃ es testigo falso: empero mas vale q̃ nos suframos penas q̃ no ella quando fuere vencida τ la nr̃a paciencia por esta razõ sera mas firme: empo diga lo la su criada q̃ dixo q̃ viera el nr̃o pecado: porq̃ veays que miẽte ella delo q̃ dize. ⁋ Hizieron traer la siruiẽta para que dixesse el testimonio. ⁋ La siruiẽta acusaua lo muy atreuidamẽte como gelo mostrara la señora: diziẽdo q̃ quisiera forçar la: τ q̃ntos eran de su cõpaña dezian lo mismo que gelo mostrara ella q̃ lo atestiguassen assi. ⁋ Entonce Eugenio dixo: ya passa el tiempo de callar: τ vino el tiẽpo de hablar: mas no quiera dios que esta falsa suzia ponga falso testimonio alos sieruos de dios: porque ella no aya gloria ẽ su engaño: τ porq̃ la v̄dad sea sobre la mentira: τ la sabiduria vença ala maldad: τ porq̃ se muestre la verdad: no por mi alabança mas por gloria de dios. ⁋ E diziendo esto hendio la saya desde la cabeça fasta abaxo delos pies. ⁋ Alli parescio como era muger. ⁋ E dixo al adelãtado. Tu eres mi padre: τ claudia tu muger es mi madre: y estos dos q̃ aqui estan contigo victor τ sergio son mis hermanos: τ yo soy Eugenia tu hija: y estos dos q̃ vienẽ comigo son protho τ iacito. ⁋ E oyẽdo esto su padre τ conociẽdo a su fija abraçola con su madre τ lloro mucho: τ vistierõ su fija eugenia de paños de tartaril: τ paños de peso: τ honrraron la mucho. ⁋ E vino fuego del cielo y q̃mo a Malancia cõ todos los suyos q̃ dixeron falso testimonio: τ assi conuertio eugenia a su padre τ a su madre τ a sus hermanos ala fe de Jesu xp̃o: τ a toda su compaña: en manera q̃ el padre dexãdo el adelãtamiento fizieron lo los xp̃ianos obispo. Y el estando vn dia en oracion mataron lo los gentiles. ⁋ E claudia y Eugenia cõ sus hermanos tornaron se a roma: τ conuertierõ ay muchos infieles ala fe de Jesu xp̃o: y a eugenia echaron la enel rio con vna gran piedra al cuello porque se ahogasse por mãdado del emperador. ⁋ E andaua salua sobre el agua: y entõce sacarõ la dlagua y echarõ la en vn horno ardiendo: mas por virtud de dios fue luego matado: y ella estaua en holgura y en gloria: τ despues encerraron la en vna carcel muy escura: mas acabado que la metieron enella luego fue muy clara: y estando alli diez dias sin comer: aparescio le el saluador del mundo τ traxo le pan muy blanco τ dixo le. Toma este pan de mi mano τ come ca yo soy el tu saluador que tu mucho amaste de coraçon: y este dia te vendras para mi τ yo te rescebire enel mi reyno: y enel dia de la natiuidad de Jesu christo embiaron a vn sayon que la descabeçasse. ⁋ E despues aparescio a su madre: τ dixo le que la siguiria el domingo adelante. Y estando claudia en oracion el domingo adelante se fino como le fuera reuelado. ⁋ E protho τ iacito lleuando los al templo que sacrificassen los dioses fizieron ellos su oraciõ a dios: τ luego fue el ydolo quebrantado: τ los maluados viẽdo esto cortaron les las cabeças. ⁋ Assi fueron martyres.

⁋ Dela exaltacion dela sancta Cruz de nuestro señor jesu xp̃o.



La exaltacion dela cruz d̃ nuestro señor jesu xp̃o haze la yglia muy honrradamente: porque e la nuestra fe es muy ẽsalçada ẽlla. ca enel año dela encarnaciõ que andaua en seys cientos y sessenta τ vn años: permitiẽdo dios atormentar su pueblo por la crueldad delos paganos. Cosdroe rey d̃ persia fue señor de todos los reynos de aq̃lla tierra: y el viniẽdo a Jerusalẽ: espanto se del sepulchro de nr̃o señor Jesu xp̃o: τ torno se: empero leuo consigo vna parte dela sancta cruz en que

tho Jacinto que estauan alli conella: τ nos
passamos los philogismos delos philoso-
phos sin saber. E quãto jamas dixẽ los phi
losofos: τ los gramaticos: τ los retoricos to
do se encierra enesta palabra. El poderio q̃
yo auia me hizo vuestra señora: τ la sabidu-
ria hizo me vuestra hermana: τ agora sea-
mos hermanos τ sigamos a Jesu cristo: τ a
ellos plugo les mucho con estas palabras
que ella les dixo. Y entõce tomo ella vestidu
ras de varõ τ fuesse a vn monesterio: del q̃l
era abad Heleno vn hõbre sieruo de dios q̃
no dexaua entrar enel monesterio muger al-
guna q̃ assi viniesse. Y ella pidiendo q̃ la aco
giessen en aq̃lla orden: el abad τ los monjes
pẽsando q̃ era hombre: τ porq̃ se demostra-
ua ser gran sabio rescibieron la enel mones-
terio. Y ella dixo que auia nõbre Eugenio τ
assi biuio gran tiẽpo. ¶ Una vez disputãdo
este Eugenio con vn hereje: τ no pudiendo
este hereje suffrir estos argumẽtos tan gran
des τ tan fuertes que le fazia eugenio: man-
do fazer grãde fuego: τ dixo que aq̃l q̃ se no
quemasse enel fuego: q̃ la fe de aquel fuesse
mas verdadera: τ mas de creer. Y eugenio
entro primero enel fuego: mas no le empe-
cio cosa alguna. Y el hereje no queriendo en
trar enel fuego: forçaron le todos q̃ entrasse:
y entrando luego fue q̃mado. Y todos teni-
an a eugenio por hombre: τ llamauã le fray
Eugenio: τ andaua en habito de frayle: ella
y Protho τ Jacinto que entraran en aquel
monesterio. ¶ Otrosi su padre τ su madre
eran muy tristes porq̃ no la fallauan: τ vien-
do el carro en casa vazio buscauan la lloran-
do: mas no la podiã fallar en lugar del mun-
do. Y preguntaron alos adeuinos: que era
de su fija: y ellos dixeron que dios la pusiera
entre las estrellas del cielo: τ porende su pa-
dre fizo hazer vna su ymagen: y q̃ todos la a-
dorassen: y ella con sus compañeros protho
τ jacinto fincaron en seruicio de dios: τ des-
pues q̃ murio el abad: hizieron abad a fray
Eugenio: y entonces hauia en Alexandria
vna buena dueña q̃ deziã Malancia: y era
quartanaria: τ sano la santa Eugenia: vntan
do la con olio enel nõbre de Jesu christo. Y
por esto embiaua le ella muchos presentes:
mas el no los q̃ria tomar. E aquella dueña
pẽsando que fray eugenio era hombre τ visi-
taua lo muy a menudo: τ viẽdo lo muy apue
sto y gracioso de cuerpo: començo lo a amar
mucho: buscãdo le maneras como le pudie
se atraer: para que pecasse conella. Y pensan
do como lo podria hauer consigo en algun
lugar. E vna vez haziẽdo como que era en-
ferma: embio por el que viniesse a ella: y que
la quisiesse visitar. E viniendo el a visitar la
a su camara: fue ella mostrando se le por lo
meter en tentacion: τ descubrio le todo su co
raçon: mostro le como lo amaua mucho: τ
q̃ queria ser suya: y tomando lo por el cuello
abraço lo y beso lo: τ cõbido lo a hazer el pe-
cado. E fray eugenio aborrescio la: τ fue tri-
ste diziendo. Con gran derecho te llamã a ti
Malancia. Ca tu llena eres de maldad: y d̃
negrura: y con derecho eres dicha negra y
escura. Ca eres fija delas tinieblas: τ amiga
del diablo: adalid de polucion: τ criamiento
dela luxuria: hermana de angostura: τ hija
de muerte que siempre ha de durar. E vien-
do ella que era engañada: y temiendo se que
por auentura seria descubierta de aquel pe-
cado: quiso lo antes ella descubrir. Y comen-
ço a dar grãdes bozes: diziẽdo que fray Eu
genio la q̃ria forçar. E porende fuesse a phi-
lipo el adelãtado que vos diximos que era
su padre: el qual la pdiera como de suso oy-
stes: y querello se del muy ahincadamente:
diziendo. Que vn frayle mal xpiano entrara
a ella por razõ de fisica: y que la quisiera for-
çar malamente: τ si no fuera por vna su siru
ienta q̃ la amparara q̃ estaua ay conella: q̃ pe
cara conella por fuerça. E oyendo lo el ade-
lantado fue muy sañudo. Y embio gran com
paña de peones: τ fizo traer a Eugenio: τ a
todos los xpianos presos en cadenas. Y es-
tablecio vn dia señalado q̃ los echassen alos
leones: τ avn alos ossos τ alas otras besti-
as brauas q̃ los comiessen. Y llamando los
ante si dixo a Eugenio. Dinos tu hombre
del diablo esto vos mostro a vos el vuestro
señor Jesu Christo que vos andeys corrom
piendo τ con muy gran locura forçando las
mugeres. Y eugenio respõdio le mirãdo cõ
tra tierra porque no lo conociessen τ dixo le.

sant Gil houo se a vencer por las lagrimas del rey que le rogaua que houiesse cuydado de aquel monesterio: pues por su industria se fiziera ⁊ por seruicio de dios. E oyendo el rey carlos la su fama embio por el: ⁊ rescibio lo cō grāde honrra: y entre todo lo ꝗ fablarō dela salud del anima rogole ꝗ rogasse a dios por el. Ca auia fecho vn pecado: que nunca osara cōfessar tan malo era. Y el domingo adelante diziēdo sant gil su missa ⁊ rogando por el rey: aparescio le el angel de dios. E puso vna carta sobre el altar en que era escripto el pecado del rey por orden: y ꝗ era perdonado si se cōfessasse ⁊ si se partiesse del pecado: y se arrepintiesse. Y en fin era eſcnto ꝗ todo hombre ꝗ rogasse sant gil por qual quier pecado y se quitasse del: no dubdasse ꝗ gelo ꝑdonasse dios por ruego de sant Gil. Y el dio la carta al rey: y el rey conoscio su pecado: ⁊ demādo perdō a dios muy humilmēte: y en cabo nr̄o señor le mostro el dia en que hauia de morir sant Gil: ⁊ dixo a los mōjes que rogassen a dios por el: ⁊ assi partio deste mundo y fuesse a parayso: y los monges dieron muchos testimonios que oyeron los angeles cantar con su anima.

¶ De la natiuidad d̄ nuestra señora la virgen Maria.



Sancta Maria virgen gloriosa nacio del tribu de juda ⁊ del linaje d̄l rey Dauid. E sant matheo ⁊ sant Lucas no cuentā la generacion de sancta Maria: mas cuentā la de Joseph: empero aquello no haze nada ala concepcion de Jesu christo. Ca lee se ꝗ fue costumbre dela ley vieja: que no contassen la generacion delas mugeres: mas la de los varones. Ca por cierto la virgen sancta maria era del linaje d̄l rey Dauid: y paresce mayormente en esto. Ca segun la escriptura da testimonio muchas vezes Jesu christo fue del linaje d̄ dauid. E porque jesu xp̄o nascio solamēte de sctā maria: cosa cierta es ⁊ manifiesta ꝗ sancta maria vino de esse mismo linaje. Ca dauid entre todos los otros ouo dos hijos. Nathā ⁊ Salomon que fueron hermanos. E del linaje de Nathan vino a grādes tiēpos vn judio ꝗ ouo nōbre Leui segun lo cuenta sant matheo enel euangelio: que habla del linaje de sancta maria. Y este leui houo dos fijos: y el vno dellos houo nombre Panther. Y este Panther houo por hijo a Joachim. Y este joachim fue padre de sctā Maria virgē. E de santa maria nascio nuestro señor Jesu xp̄o: y este linaje vino de Nathan aquel fijo de Dauid que vos deximos de suso. E del otro fijo de dauid que ouo nōbre Salomon: vino despues a gran tiempo vn judio que ouo nombre Salaniel: que fue lleuado con el otro a Babilonia quando los captiuo Nabuchodonosor rey de Babilonia. E despues Salaniel houo vn hijo ꝗ houo nombre zorobabel. Y este zorobabel houo otro hijo que dezian Abiud: ⁊ Abiud houo otro hijo que houo nombre Heliachim: y Heliachim houo por hijo a Azor: ⁊ Azor houo por hijo a Sadoch: ⁊ Sadoch houo por hijo a Achim. E achim houo por hijo a Eliud. Y eliud ouo por hijo a Eleazar. Y eleazar ouo por fijo a Matham. Y mathā houo por fijo a Jacob: ⁊ Jacob houo por hijo a Joseph. Y este Joseph fue esposo de santa Maria: y en algūas escripturas cuentan a este Joseph por fijo de otro padre: que houo nombre Hely. Y esto diremos aqui por qual razon es. Deueys saber que en la ley vieja fue vsado: ⁊ avn oy dia lo vsan los judios: que si vn hombre casado moria no auiendo hijo en su muger. Casaua otro su hermano del muerto con aquella muger mesma. Ca dezian que leuantaua della fijo: ⁊ linaje para su hermano muerto. E assi aquel Jacob que vos deximos ouo vn hermano

naron ⁊ tomaron le el manto con el dinero ⁊ dexarō lo del todo desnudo. Y ellos yendo se apriessa para se esconder anduuieron toda la noche: ⁊ ala mañana hallaron se delante en su camara ⁊ saludo los ⁊ cōbidolos muy bien ⁊ dio les lo que auiā menester en quanto el pudo: ⁊ lauo les los pies. Y ellos marauillādo se desto q̄ les auia fecho tomarō se a la fe. E morādo cō el vnos mōjes mācebos venia vna onça ⁊ hazia les daño a todos. Y ellos armarō le vnos lazos ⁊ cayoñillos. Y estando presa de noche supo lo este sctō hōbre y leuāto se ⁊ dixo le. Que hazes aq̄ mezquina: huye ayna no te prendan. E solto la: y embio la que se fuesse. E despues que murio sant Mamertino: estando el su cuerpo en vna villa: no lo podian mouer para lo lleuar a enterrar hasta que vino vno: al qual el auia quebrantado las pasiones: ⁊ soltado d̄ la carcel: y el y otros lleuaron lo a enterrar a la yglesia de sant German.

La vida d̄ señor sant Gil abad.



Sant Gil abad fue de la cibdad d̄ Athenas: ⁊ fue de linaje de Reyes: y de pequeño supo las escripturas de dios. E yendo vn dia ala yglesia por la plaça demando le vn enfermo limosna. Y el dio le la su saya: ⁊ vistiendo la el enfermo: luego fue sano. E d̄spues que murieron sus padres fizo heredero a Jesu christo de todo lo suyo. E vna vez viniēdo d̄ la yglesia: encōtro con vn hombre que mordiera vna serpiēte ⁊ sant gil rogo a dios por el: ⁊ luego fue sano. E por fuyr el loor delos hōbres: fuesse a morar al yermo cō vn hermitaño que deziā Veredino: hōbre de gran santidad: el q̄l sacola hābre d̄ sobre la tierra por sus merecimiētos: ⁊ morādo ay ambos ⁊ faziēdo muchos milagros por fuyr la vanagloria dxo este hōbre bueno ⁊ fuesse a morar mas adentro al yermo: do fallo vna cueua ⁊ vna fuētezilla. Y embiaua le dios vna cierua q̄ le daua leche a ciertas horas. ⁊ andādo los mōteros del rey a caça en aq̄l yermo ⁊ viēdo aq̄lla cierua fuerō empos della con los canes: y ella fuyo ⁊ metio se so las faldas de su criado. E marauillādo se sant gil porq̄ fuya mas q̄ solia: oyo los caçadores: ⁊ rogo a dios que le guardasse el ama q̄ le diera. E luego no oso can ninguno llegar a ella: mas tomaron se ahullando alos caçadores. Y venida la noche: fueron se los caçadores al poblado. E quando lo oyo el rey tomo otro dia el obispo ⁊ otra compaña mucha ⁊ fuesse para alla ⁊ tornauan se los canes: ⁊ no osauan llegar a ella como de primero: ⁊ cercaron todos el lugar: ⁊ no podian entrar por las muchas espinas. E tiro vno d̄llos vna saeta por sacar dende la cierua: ⁊ hirio al sieruo de dios que rogaua por su ama. E haziendo los hombres camino llegaron fasta la cueua: ⁊ vieron vn viejo vestido en habito de monge muy digno de honrra por la su edad: ⁊ la cierua echada a sus pies. Y el obispo y el rey entraron a pie en la cueua. E mandarō alos otros que estuuiessen fuera: y preguntarō le que quiē lo auia traydo en aquel yermo tan espesso: ⁊ quien lo firiera tan mala mente. Y el respondio les a todo: y ellos demādarō le perdon con gran humildad: y que le darian maestro q̄ lo sanasse ⁊ muchas joyas: mas el no las quiso tomar ni quiso tomar melezina ninguna: mas sabiēdo que en la enfermedad se prueua la paciencia: rogo a dios que en quanto en este mūdo biuiesse: que nunca fuesse sano como d̄ antes era. E visitaua lo aquel rey muy a menudo: ⁊ recebia del comeres d̄la salud para el anima. Y el rey daua le muchas riq̄zas y el no las q̄so tomar: mas mādo le q̄ hiziesse dellas vn monesterio: pa religiosos do siruiessen a dios: y el rey viēdo que era buen consejo hizo lo assi: ⁊ despues

PROCLI DIADOCHI LYCII

PHILOSOPHI PLATONICI AC MATHEMATICI PROBATISSIMI IN PRIMUM EUCLIDIS *Elementorum librum*

COMMENTARIORUM

AD UNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM *PRINCIPIUM ERUDITIONIS TRADENTIUM*

Libri IIII.

A

FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO

summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę in gręco codice omnes desiderabantur aucti: primùm iā Romanę linguę venustate donati, & nunc recens editi.

Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrium, atque Autorum: Elēcho librorū, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt: & Indice locupleti notabilium omnium in opere contentorum.

CUM PRIVILEGIO.



PATAVII,

Excudebat Gratiosus Perchacinus

1560.

·: Chaues: ·


FRANCISCVS BAROCIVS PATRITIVS VENETVS AGENS ÆTATIS ANNVM XXII

VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET

INTERPRETIS COMMENDATIONEM.

AD LECTOREM, QVAM DE Proclo capere possit vtilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesin,
Esse Geometres non modò, disce viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere sæpe tuis.
Omnem summatim tractat. vel Dogmata Plato
Quæ scripsit Magnus, quæ vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus vmbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NOmine eius, & Cognomine.

Familiæ nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriũ? nil aliud quàm quod puto.
Ab errore procul vt sint dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel olim quòd Virûm
Vnus successit Philosophis hæres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

Antiquam cano Termilen,
Illustremq; Virum, qui sapientia
Claram iam mage reddidit.
Tu cœptis faueas Iuppiter inuoco
Musæ principium meæ.
Naturalis amans maximus extitit,
Diuinæ & Sophiæ simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis quæ Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrnæ bonum, quem sibi vendicat,
Ascræumq; polinerit.
Sed quid quòd Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem præbeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,
Non quòd nomine sis nouo
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satus
Est sortitus Auum, qui Draco erat gradu;
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulminum
Olim coniuge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aeris.
Lapsum suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice cælico,
Deiectumq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit quæ Deus est tela Gigantibus
E' cælo tantilatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deûm.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hæc restitit artibus.
Quare semina proiicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modò.
Matris nomine mœnia
Struxit, dicier hæc si genitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cùm tam præcipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Vt fœdos tegeret, curribus, & rotis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proauo totus inhæreat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat pòst tibi Termile.
A nobis alis procul,
Dircæi, Iliadæ, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo, non
Vndas quòd capiat Lupus
Tanquam sæuus oues (nam Pateræ Deus
Hinc dictus colitur suus)

At lætare magis quòd Lycius Proclus.
Iactas igninomum Polo
Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monstro similis, Leo
Cantatur iugiter pectoreq́; oreq́;,
Tum Capra inguine, & horridus
Extremò Coluber, laus Ephyræ Ducis.
Te te Semideo Proclo
Effer, qui melius sidera tangere
Possit, Numinibus frui,
Et secum pariter quosque reducere.

IN EVNDEM AB
Interprete recognitum.

QVantum nunc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu studiis, Barocioque.
Nam quantum infinuas scientiæ, ille
Tantum ponere diligentiæ vltro
Conatur, valeant recèns vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba, vt sicarius manus dedisse
Iam visus fueris malis, & inde
Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM
Precatio bona ob Procli restitutionem.

FRancisce vt dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita, salus, honor vndique; sint tui labore
Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,
Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquã,
Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi
Solum per se quisque breui bonus. O tibi sit autor
Alte boni bene tanti iterumq́; iterumq́; dico, & oro
Diiq́;, Deçq́; omnes faueant simul, astra, cũcta, q̃ sunt.

Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Mineruæ munera qui suo decori
Restituis, par cis sudoribus, aspicisq́; nullos
Sũptus. quod bene sit his oĩbus, et bene vsq; in æuum

AD EVNDEM, DE
eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es molesque, veloxque
Κύκνος ecce triumsti,
Gaude οὖν amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miscens
Et pares, resonasque,
Quod nunc ἔργα recludunt.
Hoc tam nemo venustè
Munus παλλάδος, atque
Ἑρμοῦ: tam κατάχαριν
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis τῆς πατρίδος
Annis sic tener altus.
Felix perpetuo sis.
Νεῶν tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multùm te vsquè rogamus.

Δικόστιχον πρὸς αὐτὸν ἑλληνιστὶ
τὸν ἐπίσημον.

Ἑλληνίζεις, ἐλλόγιμός τ' εἶ,
ἀλλ' εἰκαῖος ἐγὼ, καὶ μᾶλλον
βάρβαρος. εἰ μὲν τι χὴν κτυπῶν
ὥσπερ, ἀείδω φωνοῦσα τὴν
νῦν μετὰ κύκνων, ἴσθ' ὅτι θεός γε,
ὅς με σπεύδει σοῦ μὲν ἐπαίνων.
λάμβανε τὴν βούλησιν, καὶ τοῦν
ἥμισυ τῆς ψυχῆς ὢν σύμου.
ἀμίμητος πίνδαρος οὐδέ τις
εἰμὶ γὰρ, οὐδέ τις ὅπισ' ὅμηρος.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHAE AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.

AMOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisqúe causis profluat, nō ĩmeritò Deum quidē, ex Dijsqúe genitum eum philosophi, poetęqúe finxerũt. Antiquissimum autem cęterorũ Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cùm summum bonum, quod est primus ille vniuersorũ pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quã Chaos prisci uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, mistisqúe constat: quæ quidem omnia iuxta suarum, quæ in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Dij vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cùm sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; è vestigio quodam, diuinoqúe semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & fine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principiũ rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimũ priscę autoritatis philosophi, diuiniqúe viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniurià, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cõmuniter ab omnibus philosophis fruendæ pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut ęqualium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si ęqualia, eadem natura fruuntur. Quòd si causæ quidem sint, opera sua diligunt, &

summã

ſummam eorũ pulchritudinem, ſummamqúe perfectionem deſiderant:
ſi autem opera, cauſarum ſuarum pulchritudine frui, perfectioneqúe, ex-
petunt: ſi verò eadẽ natura ſint prędita, tanq̃ ſimiles Totius, Eiuſdemqúe
partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnà omnes perfecta Totius pulchri-
tudine perfrui poſſint. Quod cùm ita ſit, omni ex parte cõſtat, Amorem
in omnibus eſſe rebus, perqúe omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri poſſe,
quod odio proſequatur alterum, niſi per accidens. non enim per ſe con-
trarium aliud ſibi contrarium odit, & fugit; ſed per accidens, ac ſuijpſius
Amore, ne ab eo corrũpatur. Cùm ergo Amor omnibus rebus tam di-
uinis, quàm humanis inſitus, innatusqúe ſit, cuinam dubium erit, ſi oſten-
dantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumqúe opera
Amore conſeruari, quin Amor effector omnium ſit, & ſeruator? At pro-
pagandæ proprię cuiusq; rei perfectionis cupiditas, maximus Amor eſt.
Deus autem, in cuius ſolùm immenſa poteſtate reperitur abſoluta perfe-
ctio, propagandę eius perfectionis cauſa cuncta produxit, idẽqúe omni-
bus propagandi deſideriũ largitus eſt. quę id ita ſortita ſunt, vt quicquid
in Mundo fit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniun-
ctio Totum conſeruat, diuiſio diruit, atq; diſperdit. Amor autem cõiun-
ctionis parandę vim habet. Amor igitur non ſolùm efficit omnia, verùm
etiam conſeruat. Quo circa iurè autor omnium dicitur, & ſeruator. Ve-
rùm ſi Amor res omnes efficiendi, & ſeruandi vim habet, cuiq; ſatis, ſu-
perqúe perſpicuum eſt, eum ſcientiarũ quoq; autorem, & cuſtodem eſſe.
nam (ſi Ariſtoteli credendum eſt) eędem ſententię, eędemqúe ſcientiæ
ſępenumero apud homines iuxta quaſdam ordinatas Vniuerſi conuolu-
tiones apparẽt, atq; euaneſcunt. Vt verò alijs maximis philoſophis pla-
cuit, omnes ſcientiæ, & artes, omnia homium inuenta, omnesqúe demũ
res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus ex-
cogitatę, repertęqúe fuerunt, infinitis ſeculis floruere poſt infinita incen-
dia viciſſim, ac diluuia, quibus iã deperierant, atq; deciderant: eodemqúe
modo iterũ floreſcent, atq; peribunt. Quę quidem res cùm ita ſe habeat,
Amore opus fuit ad rerum omnium, pręſertimqúe ſcientiarum redinte-
grationem, & conſeruationem. nam poſt Deucalioneos imbres propter
nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ędificia, & cuiuſcunq; gene-
ris animantia (pręter ea, quę diuina prouidentia cuſtodiuit) periere, verũ
etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit,
vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relicti erant, orti ſunt, tanq̃
nouiſſimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandã ſimplicem, puram,
ab omni malitia, atq; verſutia vacuam, omninoqúe (vt aiunt poetę) au-
ream agerent. In qua quidẽ aurea ętate cùm rudes illi eo, quo Deus Mun
dum proſequitur Amore primùm, deinde naturali hominum ſciẽdi de-

ſide-

fiderio excitati, admirari, obstupescereque cœpissent, ac demũ totam Mũdi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cõtemplari, necnõ modò huius, modò illius rei causam inuestigare, id ita factum est, vt scietię iterum omnes, paruo quasi quodã à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summũ suę perfectionis euexerint. Pòst verò cùm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sequentia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuastatæ fuerant, multa pręclara priscorum Autorum opera omnibus in scientijs radicitus interierunt: multa excęcata, atq; euersa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel saltem quæ in illis continebãtur doctrinæ, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosq; inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tum hæc instaurandi. nemo enim artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium excitet. duplici siquidem huiuscemodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanè ad Deum suum opificem reuertitur, cùm per hęc inferiora ipsius pulchritudinem cõtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cùm sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quæ aliàs floruere, nunc abolitas propè, atq; deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non'ne ea, quæ prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erãt, hoc nostro seculo tanquam ęnigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cùm persæpe inuestigarem, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quæ à tot, tantisque clarissimis viris in hisce scientijs nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cõmemorantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hæc cùm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarensem insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideraui, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nanque

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cùm diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium vtilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit vt cùm essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium ætatis suę græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cùm in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibilique eos instaurandi desiderio, Amoreque ardebam. Quapropter vt eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primùm Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, vt appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis vt transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreque erga me quodam impulsi maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabrij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononiensi Gymnasio profitentis, qui etiam quę maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cùm illhinc discessissem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremò è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoque Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam vt amicorum meorum persuasionibus morem gererem, & communi eorum studiosorum vtilitati, qui sermonem grecum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iampridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumque vidissem, pluresque ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis;

Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim
Scripseris in Metij descendat iudicis aures,
Et patris, & nostras, nonumq; prematur in annum.
Membranis intus positis delere licebit
Quod non edideris. nescit vox missa reuerti.

sed communi potius vtilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis,& Pauli: alterum Patauij ex bibliotecha Io. Vincentij Pinelli Genuēsis viri tā genere,quā animo, & moribus nobilissimi. Ex quibus sanè omnibus, quæ hucusque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimū,lucidissimum'q; volumē, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primùm renouatæ Phœnicis instar exoritur. De cuius ortu felicissimo primùm Deo summo rerum opifici, deinde Amori non solùm scientiarum, verū etiam rerū omnium autori, seruatoriq́ue immortales habendæ sunt gratiæ. Vides igitur, dignissime Patriarcha tum præsentē meā lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta sunt, oriunturq́ue quotidie, Amoris gratia oriri,& fieri. Cùm itaq; opus hoc Amore factum à me sit, operæpretium est, vt quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat. Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea, quę vera Amicitia est.cùm enim triplex sit Amor, vnus, quo iucundū: alter, quo vtile: tertius, quo verè bonum, honestumq́ue diligimus, quorum etiam vnusquisq; duplex est, siquidem aut simplex, aut mutuus, cumq́ue Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tū nascatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens est, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem esse.vnā quidem, cuius finis iucundum: alteram autem, cuius vtile: tertiam verò, cuius finis bonum simpliciter est, & honestum. Hæc autem sola perfecta, vera inuiolabilis, atq; indissolubilis est, cùm cæteræ omnes vndiq; claudicent, ψευδοφιλίαι sint, & violari facilè, dissolui'q; possint. Hęc porrò & in rationalibus tantū animis, & rarò reperitur, quæ à philosophis varijs fuit modis definita. Alij nanq; tum ad eius finem, tum ad subiectum respicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definierunt: modò, honestam perpetuæ voluntatis cōmunionem. Alij verò, beneuolentiam mutuam, non latentem, propter bonum simpliciter, atq; honestum comparatam. Alij præterea, summam omnium diuinarum, humanarumq́ue rerum cum beneuolentia, & charitate consensionem. Alij demū, aliter. Hæc scilicet ea est Amicitia, quæ maximū Amoris munus esse mihi videtur. Vtinam aūt tale munus Amoris à prę senti meo, Amorisq́ue opere mihi daretur. O felix opus Amoris, & munus, quod vna intercecta morte duę vitę sequuntur. O diuinum lucrum, diuinamq́ue Amicitiā, quādo vnus animus duo occupat corpora, vna'q; vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam, alterq́ue alteri similis adeò sit, vt alter idem vocari possit. Diuinam inquam, propterea quòd excepta sapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfectaq́ue Amicitia Deus immortalis vnquam dedit. in sapientia enim, & virtute summum bonum præ-

clarè

clarè positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quàm virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideraui. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, beneuolentiaque sublata, omnis est è vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper obseruandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, sidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cùm mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfecta coniungere, cunctisque vestigiis tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ beneuolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neque vllo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprij boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verumenimuero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunque est, tibi dicandam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non grauaberis, neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineruæque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige. Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

AD

LECTOREM.

QVVM opus, quod à me multos abhinc menses summa primę rerum omnium causæ prouidentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti (ut mihi persuadeo) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perleges, intelligentiam consequi. nam operępretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primum itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui (si Suidæ credendum est) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi Ἔργα καὶ ἡμέρας, in Theologiam Orphei, aliaque præterea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis aditum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileę dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpsi, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuerti. In quo sanè uertendo quamuis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adijciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi namque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) nescio cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsaq; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula (quod fieri non potest) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unà pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi namque sententiam Quintiliani non obseruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregie haluci-

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cōmaculant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non est te in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus præterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutaui, ac ea usus sum figura, quam ὕστερον πρότερον Græci uocant. Ambiguitates insuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiuscemodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut, Uniformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quę quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facilè percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cùm antiquiores plerìq; græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cùm tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quur ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Usi tamen nos quoq; sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphęra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam, ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solùm communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hasce præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentialesq; in ipsa existentes Unitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem, quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonicę rationes, διαπασῶν nempe, διαπέντε, διατεσσάρων, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cùm haud per Angulos rectos se inuicem intersecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cęlis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum, per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cùm ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonicis manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quòd Anima

Geometriam quoque in se se præassumpsit. Præterea cùm Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & à se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod à se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipsam præsumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematices partes, operæpretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoq; præstare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfectè cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hasce scias præ cęteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui tēporis curriculo cupis euadere, præsens Procli doctissimū, lucidissimūq; Volumen legas, atq; perlegas.

PRæter ea, quæ communiter de tota tralatione nostra diximus, pauca adhuc quædam potissimum animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem q ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperies, uerba ipsum cōsequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpsimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras peruenerunt, in quibus nōnulla denuo in primo, secundoq; libro, qui iā impressi erant, uaria esse cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. q hoc ordine subsequūtur.

Pag. 25. Lin. 3. { Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur, uiresq; &c.

Pag. 29, Lin. 22. { Geometrię formas appellat, separari autem nos à sensilibus per huiuscemodi formas, excitariq; a sensu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. { Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Magis, &c.

QVONIAM autem in libris imprimēdis uel si Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impressoribus præesset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea	
Respiciens	respiciens	3	21	
Aut.	autoritate	16	25	In scholijs
Memnone	Menone	26	28	& in scho. Lin. 11 & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14	
Quæq;	quiq;	37	22	
Excucurrit	excurrit	49	26	
Mænechmos	Menæchmos	64	14	
Dixt	dixit	77	11	
Corniculari Cornicularis	Lunulari Lunularis	109	16	
Cornicularis	Lunularis	109	18	
Ab re	non ab re	134	17	
Propter	præter	135	2	
Ad Basim	sub Basi	147	27	
Internus	externus	176	10	
Anguli	Trianguli	180	35	
Ipsi	Ipsis	189	18	
Igitur	autem	199	25	
Infiniti	Finiti	206	23	
Alterntim	Alternatim	215	12	
Præostensa	Præostensa	224	19	in scholijs.
Problematis	Theorematis	225	17	
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21	
Habebant	habeant	241 244	30 31	
Summantur	sumantur	250	32	
Constitutio	& Constitutio	265	7	
Rectangulis	Rectilineis	266	16	

Cæterùm si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata passim reperies, huic paruo peccato ignosces.

ATNE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cùm iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Gallum, Ioannem Fasceolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scijs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maximę spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vllo meo discrimine eum pati in tenebris vlterius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc in volumine mentio facta est.

Deorum.

AMor.
Apollo.
Bacchus.
Ceres.
Cœlius.
Diana.
Iuno.
Iuppiter.
Mars.
Mercurius.
Neptunus.
Oracula.
Pluto.
Rhea.
Saturnus.
Venus.
Vesta.
Vulcanus.

Virorum Illustrium.

GElon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniẽsis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

AEneas Hieropalita.
Ameristus Stesichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asinçus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistus Platonicus.
Cyzicenus Atheniensis.
Democritus.
Dinostratus Menęchmi frater.
Epicurus, & sequaces.
Eratosthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Ascalonita.
Geminus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Hesiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Cous.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Hesiodi in Theogonia.
Leodamas Thasius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perseus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Posidonius.

Ptolemæus Primus
Ptolemæus.
Pyrrhonij philosophi,
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speusippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Milesius.
Theętetus Atheniensis.
Theodorus Cyreneus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes,
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodotus Andronis discipulus.

ELENCHVS LIBRORVM, qui in eodem hoc volumine citati sunt,

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
Bacchæ Philolai.
Ciuilis, vel de Regno Platonis.
Commentaria Procli in Timęum Platonis.
Cõmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis
Commentaria Eutocii Ascalonitę in libros Conicorum Apollonii.
Commentaria Eutocii in Archimedem.
Cõmentaria Simplicij in lib. Physic. Arist.
Cõmentaria Campani in Euclidis Elemẽta.
Compendium Elementorum Aeneæ Hierapolitæ,
Critias Platonis.
Elemẽta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
Elementa Musicalia eiusdem.
Elementa Hippocratis Chii.
Elementa Leontis.
Elementa Hermotimi.
Elementa Theudii.
Epinomides falsò Platoni ascriptus.
E'ργα, καὶ ἡμέραι Hesiodi.
Gorgias Platonis.
Liber Archimedis de Circuli dimensione.
Liber Archimedis Aequiponderantium.
Libri Archimedis de Sphęra, & Cylindro.
Liber Aristotelis de Lineis insecabilibus.
Liber Arist. de Diuinatione per somnum,
Liber Arist. de Sensu, & Sensili.
Libri Arist. Resolutorii.
Libri Metaphysicorum Arist. XIIII.
Libri Arist. Moralium Nicomachiorum.
Libri Arist. de Partibus animalium.
Libri Arist. Physicorum,
Libri Arist. de Anima.
Libri Arist. de Cęlo.
Liber Eudemi de Angulo.
Libri Geometricarũ enarrationũ Eudemi.
Liber Euclidis Mendaciorum, siue Fallaciarum.
Liber Euclidis de Diuisionibus.
Libri Corollariorum Euclidis.
Libri Platonis de Rep.
Libri Platonis de Legibus,
Liber Hippocratis Coi de Locis.
Liber Procli de motu.
Liber M. Varronis de lingua latina.
Liber Ptolemæi, cui titulus est, A minoribus quàm duo recti pductas coincidere.
Liber Apollonii de Cochlea.
Liber Apollonii Conicorum.
Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
Liber Hippocratis Chii de Quadratura Lunulæ.
Liber Io. Grammatici contra Proclum.
Libri Theurgiæ.
Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
Libri Geometrici Menæchmi.
Libri Geometrici Dinostrati.
Libri Geometricarum enarrationũ Gemini
Libri Vitellionis.
Meno Platonis.
Miscellanea Porphyrii
Odyssea Homeri.
Opusculum Plutarchi de vitanda vsura.
Parmenides Platonis.
Perspectiua Euclidis.
Phędo Platonis.
Phædrus Platonis.
Philebus Platonis.
Quæstiones Philippi Mendæi.
Riuales Platonis.
Sophista Platonis.
Specularia Euclidis.
Symposium Platonis.
Theætetus Platonis.
Theologumena Arithmeticæ.
Theogonia Hesiodi.
Theologia Orphei.
Timæus Platonis.
Vita Periclis à Plutarcho tradita.

FINIS.

PROCLI DIADOCHI LYCII
COMMENTARIORVM
IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM
LIBER PRIMVS.
FRANCISCO BAROCIO
PATRITIO VENETO
INTERPRETE.

De Mathematicæ Eſſentiæ medietate
Cap. I.

MATHEMATICAM Eſſentiam neque ex primis eorum, quæ ſunt generibus, neque ex vltimis, à ſimpliciq́ue eſſentia ſeiunctis eſſe neceſſe eſt, ſed medium obtinere locum inter impartibiles, & ſimplices, & incompoſitas, & indiuiſibiles ſubſtãtias: & partibiles, atq; in multiplicibus compoſitionibus, varijsq́ue diuiſionibus terminatas. [Cõcluſio vniuerſalis.] quod enim in rationibus, quæ in ipſa verſantur eodem ſemper modo ſe habet, & firmum eſt, neque confutari poteſt, formis, quæ in materia feruntur ipſam ſuperiorem eſſe declarat. [Cõcluſionis ꝓbatio] progrediẽdi verò vis illa, quæ apprehendit, & quę rerum ſubiectarũ dimenſionibus pręterea vtitur, & quę ab alijs principijs alia pręparat, inferiorem ipſi dat ordinem, eo ordine, quẽ ſortita eſt imparribilis, & in ſe ipſa perfectè cõſtituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quę ſunt cognitiones primis, & medijs, & poſtremis ſubſtantijs diuidebat. [Platonis i Repu. & alijs i locis cognitionũ diuiſio.] & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & ſimplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cùm ſine materia ſit, & ſumma quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione ſe conijciat, resq́ue ipſas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, poſtremamq́ue naturam ſortitis, & Senſilibus omnibus, opinionem, quę obſcuram veritatem nacta eſt: Medijs verò (cuiuſmodi ſanè Mathematices formæ ſunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliq́ue ſuperioribus, cogitationem. hæc enim mente quidẽ, ſupremaq́ue ſcientia inferior eſt, opinione autem perfe-

 ctior,

ctior,& magis certa,atq; pura. nam progreditur quidem,mentisq́ue impartibilitatem explicat,& intelligentis apprehenlionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quæ diuisa sunt, ad mentemq́ue refert. Quemadmodum igitur ipsę inter se distant cognitiones, ita sanè & quæ sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnius formæ existentijs omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentijs. Mathematica autem,& omnino quæcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cùm ea quidem, quæ intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò,cùm materiæ sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione pręstent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentię notiones habeant,ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quæ sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumq́ue in vnum coactam, & impartibilem, & fœcundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem,& compositionem rationum, conuenientem q́ue imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animæ notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohęreant. Medictas itaq; Mathematicorum generum,ac formarum, in pręsentia huiusecmodi esse intelligatur. Medium vtiq; complens inter impartibiles prorsus essentias,& eas, quæ circa materiam partibiles fiunt.

[Margin: Eorū, quę sub cognitionē cadunt diuisio. — ſ progrediendi — Epilogus.]

Communia eorum,quæ sunt, Mathematicęq́ue Essentię principia,Finis,& Infinitum. Cap. II.

[Margin: De hisce duob⁹ rerū principi is,& Vni⁹ causa vide Platonē i Philebo.]

PRincipia autem totius Mathematicę Essentię considerantes,ad ipsa regredimur principia,quę per ea omnia,quę sunt permeant,& omnia à seipsis gignunt,Finem inquam,& Infinitum. ex his nanq; duobus primis post illam Vnius causam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendi potest, cum alia omnia,tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est.illis quidem collectim omnia,& separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis,alijs verò medijs,alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine,Infinito'q; participāt.quippe quę propter quidē vnionē,& idētitatē,firmā'q;,ac stabilem

[Margin: Quō intel lectilia genera his principiis participēt]

bilem exiſtẽtiam, Fine perficiuntur: propter verò diuiſionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamq́ue diuerſitatem, ac progreſſum, Infinitatem nãciſcuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta ſunt, non tamen ex primis tantùm, nec ex intellectilibus, occultiſq́ue princips: verùm etiã ex ijs, quę ab illis ad ſecundum ordinem progreſſa ſunt, medioſq́ue eorum, quæ ſunt ornatus, & varietatem, quæ in ipſis reperitur inuicem producere ſufficiunt. Vnde ſanè in his quoq; rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibẽtur verò ab ea, quę Finis eſt cauſa. Numerus enim ab Vnitate exorſus inceſſabilem recipit accretionem, ſemper autem qui acceptus eſt, finitus eſt. Magnitudinum quoq; diuiſio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata ſunt, totius'q; particulæ actu finitæ exiſtunt. Atq; adeò Infinitudine quidem non exiſtente, omnes Magnitudines commẽſurabiles eſſent, nullaq́ue reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non poſſet (quibus ſanè ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim oſtendere minimè poſſent, neq; omnes eorum, quę ſunt rationes in ſeipſis cõplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus ĩmutat rationem, in vnitatẽ, & †eam quę ante ipſã rationẽ facta eſt reſpiciens, diligenterq́ue exquirens. Fine verò ablato, commenſurabilitas, communicatioq́ue rationum, & formarum vna, eademq́ue ſemper eſſentia, & æqualitas, & quęcunq; ad meliorem coordinationem ſpectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum eſſent ſcientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehenſiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ ſunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hiſce principijs opus eſt. Poſtrema verò, quęq́ue in materia feruntur, ab ipſa q; natura conformantur, omnino ex ſui natura ambobus frui manifeſtè videntur. Infinito quidem quò ad ſubiectam ſibi formarum ſedẽ: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verùm quòd eadem Mathematicarum quoq; Eſſentiarum præexiſtunt principia, quę & eorum omnium, quæ ſunt, manifeſtum eſt.

Quo Mathematica, quã ex his orta ſint principijs.

Arguit ſecũdo hypothetico rũ modo quòd Finis, & Infinitũ Mathematicarũ Eſſẽtiarũ principia ſint.

† eum qui ãte ipſum eſt reſpiciens,

Quò Materialia genera his duob' principijs fruantur.

Epilogus.

Quęnam ſint communia Mathematicarum Eſſentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipſarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati ſumus, eodẽ ſanè

A 2 modo

modo cõmunia quoq; ipſarum Theoremata, & ſimplicia, & ab vna
Diuina ſcientia. ſcientia orta, quæ cunctas ſimul Mathematicas cognitiones in vnum
continet, conſiderabimus. & quomodo omnibus congruant, poſſintqúe tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus
Cõmunes Mathematicę conſiderati õés. inſpici, perſcrutabimur. Huiuſcemodi autem ſunt, omnia Proportionum, & Compoſitionum, & Diuiſionum, & Cõuerſionum, & alternarum Immutationum: itemqúe Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisqúe oppoſitorum: & prorſus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuerſè, & cõmuniter conſiderantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus ſunt, ſed quatenus per ſe vnumquodq; horum naturam quãdam habet cõmunem, ſuiqúe ſimpliciorem præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq;, & ordo omnibus communia ſunt Mathematicis diſciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quæruntur via, & ab his ad ea tranſitus, quę ſanè Reſolutiones & Compoſitiones appellantur. Similitudo pręterea, atq; diſſimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus abſunt. Figuras enim alias quidẽ ſimiles, alias verò diſſimiles dicimus: eodemqúe modo Numeros alios quidem ſimiles, alios verò diſſimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis ſimiliter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ poſſunt,
Socrates in 8 de Rep. vide inferius cap. 8. & com. 13. libri 2. tum etiam eorũ, quę potentijs illis ſubijciuntur. Quę ſanè & Socrates in libris de Republica Muſis ardua, ſublimiaqúe loquentibus dicauit. quippe qui cõmunia cũctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisqúe Numeris obfirmauit, in quibus ſanè menſurę quoq; vbertatis, huicqúe contrarię ſterilitatis apparent.

Communia hęc quomodo ſubſiſtant, & à qua conſiderentur ſcientia. Cap. IIII.

Cõcluſio. OPortet autem cõmunia hæc non vtiq; in multis, & diuiſis formis primò ſubſiſtere arbitrari, neq; poſtremò, & ex multis ortum habere: verùm, vt pręcedentia ipſas, ſimplicitateqúe, & certa quadam ratione
Cõcluſionis probatio. excellẽtia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipſorum multas antecedit cognitiones, ipſisqúe principia ſuggerit, & eę multę circa ipſam ſubſiſtunt, ad ipſamqúe referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus exiſtẽtibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonſtretqúe hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat ſimiliter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus exiſtentibus, alternatim

tim quoque proportionales erunt. hocque ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris? compositarumque Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem? non sunt certè partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multò prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multę communes suscipiunt rationes. & ad tantas vsque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeò quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quę sunt vnam, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quę scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Thegteto Socrates iocosa serijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quę in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisq́ue capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subijciuntur attingunt, inter se distant, nulloque modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatæ primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeātia cognoscat, cūctisq́ue Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusq; de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cōmunia hęc neq; à naral Scietia, neq; à Mathematica cognoscunt, sed à Diuina.

Diuina Scietia oium Scientiarū capacissima, quam Ari. dominā Sciētiarū vocat i prio post. tex 23. Socrates in Theæteto.

Epilogus. Pria Philosophia, quā Plato Dialecticā vocat i septimo de Rep.

Quod sit instrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

POsthęc autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio Platonis i septimo d' Rep. & alijs i locis.

buit. nam eorum, quę sunt, alia quidem intellectilia, alia verò sensilia ponens. rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi subiecta. & sensilium alia quidem sensilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quę sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligẽtiam: ijs autem, quę cogitationi subiecta sunt, cogitationem: sensilibus verò, fidem: cõiecturalibus autem,

Cognitionũ proportio secũdũ Platonẽ.

coniectandi vim. & eandem rationẽ coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus perspicuè imaginem referentibus inspiciuntur. quippe quę postremã quodãmodo in aquis sortita sunt sedem, & simulacrorum verè facta sunt simulacra. similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit, quę à primis, & simplicibus, & impartibilibus formis in multitudinẽ, diuisionem'q; sunt delapsę. Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus: intelligentia verò ad

Mathematicę res cogitationi subiectæ sũt, & Cogitatio est instrumẽtũ iudicãs ipsas.

ipsum non suppositum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neq; impartibilem, ab omniq́ue diuisione, ac varietate separatam substantiam sortitæ sunt, neq; eam, quę sensu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacunq; ratione diuisibilem, cuilibet manifestum est, quòd iuxta suam essentiam cogitationi quidẽ subiectę sunt: cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicãdum ipsis pręest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis.

Socrates in septimo de Rep.

Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harũ cognitionem prima scientia determinat, euidentiorem verò eo appulsu, qui in opinione positus est. nam id quidem vltra intelligentiam obtinent, vt quod

Idẽ superius cap. primo.

euolutum est, & progrediendi vim habet contẽplentur: ea verò, quæ in ipsis reperitur rationum stabilitate, quę etiam confutari non potest, opinionem superant. & quòd quidem ex suppositione ortum trahãt, id sortitę sunt, iuxta primę scientię diminutionẽ: quòd verò in ijs formis constitutę sint, quę sine materia existũt, iuxta perfectiorem sensilium cognitionem. Instrumentum itaq; aptum ad iudicandum cun-

Epilogus.

ctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex sententia Platonis, statuimus. quippe quę opinione quidem seipsam superiorem statuit, ab intelligentia verò superatur.

Quæ nam sit Mathematicorum generum, ac formarum essentia, & quomodo subsistat Cap. VI.

Questio. SEquitur autem, vt consideremus quæ nam dicenda sit Mathematicarum

ticarum formarum, generumq́ue eſſentia, & vtrùm à ſenſilibus ipſam manare, in rerumq́ue natura ſubſiſtere ſit admittendum, ſiue per abſtractionem (vt dici ſolet) ſiue per collectionem particularium in cōmunem vnam rationem: an & ante hęc ipſam ſubſiſtere fatendū, vt aſſerit Plato, omniumq́ue rerum progreſſus oſtendit. Primum itaque ſi à ſenſilibus Mathematicas formas oriri, ſubſiſtereq́ue dicimus, anima quidem noſtra à Triangulis, vel Circulis in materia inſidentibus, Circularem, vel Triangularem formam poſtremò in ſeipſa formāte, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuinciq́ue minimè poteſt, rationibus ineſt Mathematicis? hæc enim aut à ſenſilibus, aut ab anima eruantur neceſſe eſt. Atqui à ſenſilibus hæc educi eſt impoſſibile. multò enim maior certitudo illis concedenda eſſet. Ab ipſa igitur anima educentur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ijs autem, quæ certa non ſunt quod certū ſit adhibet. vbi nanq; in eis, quæ ſub ſenſum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut craſſitudinis percipi potuerit? vbi porrò ex Circuli Centro exeuntium Linearum ęqualitas? vbi ſemper ſtabiles Laterū rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. ſiquidem omnia, quæ ſub ſenſum cadunt inuicem cōmiſta ſunt, nullum q́ue in his ſyncerum reperitur, quod à contrario purum ſit, ſed cuncta partibilia, & dimenſionum plena, & motui obnoxia exiſtunt. Quonā modo igitur immobilibus rationibus è x ijs, quę mouentur, & alio, atque alio tempore aliter ſe habent ipſam immutabilem, firmam q́ue attribuemus eſſentiā? quidquid enim ab ijs, quæ mouentur ortum duxit eſſentijs, mutabilem ex ipſis habere exiſtentiam nemo eſt, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quę minimè coargui poſſunt formis, à non certis certitudinem adijciemus? quicquid enim īmobilis cognitionis eſt cauſa, magis illud tale eſt. Conſeſſum igitur, ac receptum ſit animam formarum, rationum q́ue Mathematicarum eſſe genitricē. Verùm ſi quidem habens exempla ſecundum eſſentiam, conſtituit eas, & ſunt huiuſcemodi ortus quędam earum, quæ in ipſa præexiſtebant formarum emiſſiones, & Platoni aſtibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum diſciplinarum eſſentia erit inuenta: ſi verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum ſubtexit ornatum materiæ expertem, tanquamq́ue gignit contemplationem, quomodo quæ genita ſunt diiudicare poteſt, ſint ne vitalia, an ſubuentanea, & ſimulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quę in his eſt metitur? quo demum pacto eſſentiam ipſorum non habens, tantam rationum pro-

ducit

Prima opinio, q́ eſt Ariſtotelis.
Secunda opinio, q́ eſt Platonis.
Primæ opinionis cōfutatio. Argumētum.

Certitudo Mathematica ab anima ipſa emanat.

Cōcluſio argumēti. Alia quæſtio
Prima opinio, quę eſt Platonis.
Secunda opinio, q́ eſt Ariſt. eiuſq; cōfutatio.
Primū argumentū.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus
Cõclusio primi argumenti. substantiam, quæque ad nullum terminum referatur. Si igitur anima
Mathematicas gignit formas, neque à sensilibus rationes habet, quibus
eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius utique animæ par-
Secũdum argumen. tus, ac fœtus, permanentes, æternasque patefaciunt formas. Secundò,
si inferius, & à sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quonam
modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demõstrationes, quæ-
cunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersali-
bus, simplicioribusque formis? causas enim vbique demonstrationi-
bus esse proprias ad eius, quod quæritur venatione dicimus. Si igitur
particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium
causæ sunt, quid causæ est quòd demonstrationis definitio ad magis
vniuersalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitationi
subijciuntur essentia, potius quàm sensiliũ essentia cognatior demon-
strationibus, magisque affinis ostendatur? nam neque siquis (vt dici
solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis equales habere Angu-
los, & Aequilaterum, & Scalenum, is quodãmodo scit: sed qui om-
ne Triangulum, & simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet.
Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstrationem, quàm
particulare. itemque demõstrationes ex magis vniuersalibus cõstant,
atque constantur. ex quibus autem sunt demonstrationes, ea priora
sunt, & singularibus natura præcellunt, suntque causæ eorum, quæ
Cõclusio secũdi argumenti. demonstrantur. Multum igitur abest, vt quæ demonstrandi vim ha-
bent scientiæ posterius genita, obscurioraque sensilia respiciant, at-
que scrutentur, non autem ea contemplentur, quę à cogitatione com-
prehenduntur, quæque perfectiora sunt ijs, quæ à sensu, opinioneque
Tertiũ argumentũ. cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque
materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem
essentialia, queque magis esse dicuntur, manifestioraque à natura acci-
pit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines po-
sterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, aufe-
rens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quo-
modo animã imbecilliorem, inferioremque materia non ostendunt?
tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est
locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem ea-
rum, quæ præcipuè sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur.
necnon illa quidem earum, quę secundum essentiam, hęc verò earum,
quæ secundum excogitationẽ factæ sunt. Quonã pacto igitur anima,
quæ mentis, intelligentiæque essentiæ primò est particeps, & hinc co-

gnitione,

gnitione, totaq; vita repletur, obscuriores recipit formas iis, quæ ab vltima eorũ, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima recipiuntur sede? Verũ enimuero huic quidẽ occurrere opinioni, quę sępe à plerisq; exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit. Quòd si neq; per abstractionem materialium Mathematicę formæ sunt, neque per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque prorsus posterius genitę, & à sensilibus: necesse est vtiq; animam aut à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibilemq́ue naturam fuerint medię, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitę? quomodo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum exempla? Si verò ab illa tantùm, quo pacto vis illa exercendi sui, ac mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet materia, quæ potentia solùm est omnia, nullamq́ue prorsus formarum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à mente hasce producere, ipsamq́ue formarum plenitudinem esse, quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusq́ue vacua ipsa anima, imò semper scripta, sesẽq́ue suapte natura describens, cùm à mente quoq; describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iuxta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoq́ue illius, & adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoscit, anima quoq; cuncta animando, & si illa per exempla, & anima per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quod nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis constituit formis, eamq́ue diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmonicisq́ue rationibus, & primaria Figurarum principia in ipsa desigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa existentes ciet intelligenter. Cunctę igitur res Mathematicę primùm in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur: & ante apparentes Figuras, Figurę † animales: & ante ea, quę cõcinnata sunt, harmonicę Rationes: & ante corpora, quę circulariter mouentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumq́ue omnium vbertas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, & à proprio producitur principio, & vita seipsum explet, ab opificeq́ue sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promit ra-

Cõclusio trimẽbris ex iis, quę dicta sũt.

Primum mẽbrum.

Secũdum.

Tertium.

primi mẽbri cõfutatio.

Primum

Secundũ.

Tertium argumẽ.

Secundi mẽbri cõfutatio

Primũ ar.

Secũdum.

Tertii mẽbri cõfirmatio.

Cõclusio.

Digressio cõtra Ari.

Cognitio animę differt a cognitione mentis.

Plato ĩ Timęo animã ex omnibus Mathematicis formis cõstituit.

† vitales

B tiones,

tiones, tunc omnes patefacit ſcientias, atque virtutes. His itaque formis anima ſuam induit eſſentiam, nec eſt Numerus in ipſa Vnitatum multitudo exiſtimandus, neque eorum, quæ cum dimẽſione ſunt idea corporaliter intelligenda, ſed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla ſupponenda ſunt, Timæum ſequendo, qui omnẽ ipſius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniũq́ue cauſas in ipſa collocauit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & ſolidorum ſeptem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium ſeptem rationes, ſecundũ † eſſentiam in ipſa præexciterunt. Figurarum autem principia, ſecundum opificam vim in ipſa collocata ſunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnà cum ipſa ſubſiſtit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motuſq́ue circularis principium eſt. Eſſentiales igitur, & per ſe mobiles Mathematicarũ rerum ſunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouoluenſq́ue cogitatio, omnem Mathematicarum ſcientiarum varietatem conſtituit. nec vnquam quieſcet gignens quidem ſemper, aliaq́ue poſt alia inueniens, ſuas autẽ indiuiduas rationes explicans. cuncta ſiquidem primiariè præoccupauit, & ſecundum infinitam ſui vim ex præaſſumptis principiis varia producit, proponitq́ue Theoremata.

[Margin: Quõ Mathematicę res in anima intelligẽdę ſint. — Timæus. — Pulchrũ. — † cauſam. — Epilogus.]

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ ſint, & quouſq; ſuis actionibus ſe extendant Cap. VII.

VErùm poſt Mathematicarum formarum eſſentiam, ad vnam ipſarum ſcientiam recurremus, quã ante multas alias eſſe oſtendimus, & inſpiciemus quodnam ipſius ſit opus, quæúe ipſius vires, & quouſq; ſuis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicę ſcientię cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendũ eſt. neq; ſanè eiuſmodi, cuiuſmodi intelligens, quod in ſeipſo firmiter ſitum, & perfectũ eſt, & ſeipſo contentum, & in ſeipſum vergens: nec cuiuſmodi illud eſt, quod opinioni, atq; ſenſui aſcribitur, hę ſiquidẽ cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & cauſas eorũ, quæ ab ipſis cognoſcuntur nõ habent. At Mathematica extrinſecus à recordatione quidem ſumit initium, in intimas verò deſinit rationes, & excitatur quidẽ à poſterioribus, peruenit autẽ in præcipuam formarũ eſſentiam. nec ĩmobilis quidẽ eius eſt actio, ſicut intelligens, nec motu locali

[Margin: Superiꝰ in cap. 4. — Opus Mathematicę ſcientiæ. — Medietas Mathematicæ ſciæ.]

tu locali

tu locali, neq; alterante, quẽadmodum ſenſus, ſed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatũ, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipſis perficiuntur progrediens, interdũ verò retrorſum cedens: & interdum quidem ab iis, quæ præcognoſcũtur ad ea, quæ quæruntur, interdũ verò ab iis, quæ in quæſtione poſita ſunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Preterea non vtpote ex ſeſe perfecta omnem ſuperat inquiſitionem, quẽadmodum mens, neq; ab aliis, vt ſenſus, perficitur, ſed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem aſcẽdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuerſasq́ue cõtẽplationis ſemitas gignentes: alteras verò multos tranſitus proprias in ſuppoſitiones colligendi vim habentes. cùm enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum ſibi propoſuerit, & ea, quę ipſi quò ad comprehẽſionem ſubiiciuntur mediũ inter impartibiles formas, omnifariamq́ue partibiles ſortita ſint ordinem, iurè ſanè (vt arbitror) cognoſcẽdi quoq; vires totius ipſorum ſcientię duplices eſſe innatę ſunt. & vnę quidẽ ad vniẽdũ nobis properant, multitudinemq́ue cõtrahunt: alterę verò ſimplicia in varia, & magis vniuerſalia in magis particularia, & rationes in principio digeſtas in ſecũda, à principiisq́ue multifariè multiplicata diſtinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vſq; permeat, quę rerũ ſenſibiũ abſolutiones ſunt, natureq́ue iungitur, & multa vnà cũ naturali ſcientia demõſtrat. quemadmodũ porrò ab inferioribus aſcendens ad intelligẽtem quodãmodo proximè accedit cognitionem, primarumq́ue rerũ contẽplationem attingit. Vnde ſanè & in profluentibus à ſe ſe limitibus totã Mechanicã, & Perſpectiuam, & Speculariã produxit conſiderationẽ, aliasq́ue multas ſcientias, quę ſenſilibus implexę ſunt, per eaq́ue operantur. & in aſcenſibus impartibiles, & materię expertes intelligentias naſciſcitur: & cũ ipſis partibiles apprehenſiones, & eas, quę in progreſſibus feruntur cognitiones, ſuaq́ue genera, & formas perficit, illiſq; aſſimilat eſsẽtiis: necnõ de Diis ipſis veritatẽ, & de iis, quę ſunt cõtẽplationẽ ĩ propriis ĩdicat tractatiõibus. Atq; hęc de his dicta ſint.

Vię quib⁹ pcedit ſciẽtia Mathematica

Duplices Mathematicæ ſci vires.

Principia Mathematicæ ſũt tũ Vnũ, & Multitudo, tũ Finis, & Infinitum.

Progreſſus ſciẽtię Mathematicæ, ac regreſſ⁹.

Extremæ cõſiderationes Mathematicę ſcietię.

Epilog⁹.

De vtilitate Mathematicæ ſcientiæ Cap. VIII.

POſtea verò ſcientiæ huius vtilitatem confeſtim perſpiciamus, quæ à maximè præcipuis cognitionibus vſque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum diſciplinarum appellat cognitionem, quoniam ſanè eam habet rationem ad vniuer-

Qua d' cauſa Timę⁹ Mathematicam cognitionẽ erudiendi viam appellat.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad virtutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfectam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Republica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantùm disciplinis recreari, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem, & à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id, quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, & vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam. nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationũ, firmitudoque, ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectilibus, perfecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem seruantibus. In Phædro autẽ Socrates tres, qui euehuntur nobis tradit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum nempè, Amatorium, & Musicum. Verùm Amatorio quidem euectionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitationibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Musico verò, qui tertiam sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibiles harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri quidem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelligentis cognitionis † reminiscentia est, & ad id, quod verè est, veritatemque ipsam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectionem proprij principij opus est. naturalis enim virtus, & oculum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso, & eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi, inquit Plotinus, sunt Mathematicę disciplinę, vt cum natura assuescat incorporea, eumque his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas rationes, prorsusque ad omnium eorum, quę sunt considerationem ducere oportet. Cęterùm ꝙ ad Philosophiam Mathematica pręcipuam affert vtilitatem, ex his perspicuũ est. Opus est autem vt de singulis quoq; mentionem faciamus, & quòd Theologiæ quidem intelligentes apprehensiones pręparat. quęcunq; enim imperfectis scrutatu difficilia, arduaque ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Mathematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagines ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum significationes

† Circum actionẽ. Quid dicat Socrates vide in septimo de Repu.

Despectu Platonis vide Proclũ in septimo de Rep.

Socrates in Phęd.

† Præludium.

Plotinus.

Dialectícas, i. Metaphysicas.

Vtilitas, quã affert Mathematica ad Philosophiam.

Ad Theologiam.

gnifi-

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesq́ue de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumq́ue Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus sacer, diuinus'q́ sermo, & Philolai in Bacchis, totus'q́ modus enarrationis Pythagorę de Deis. Ad naturalem autẽ contemplationem maximè confert, quippe quũ rationũ ordinem, quo Vniuersum fabricatũ est patefecerit, & proportionem, quę cũcta ea, quæ in mũdo sunt colligauit, vt inquit Timęus, nec non amica fecerit quę sibi inuicẽ oppugnant, & conuenientia, cõsentientiaq́ue ea, quę inter se discrepant, simplicia insuper, primaria'q́ elementa commensurabilitate vndequaq́, & ęqualitate comprehensa ostẽderit, per quę totum quoq́ cęlum confectũ est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, item'q́ proprios vnicuiq́ eorum, quę sunt Numeros, eorumq́ue reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosq́ue interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq́ ostendens, de omnium natura contemplationẽ Mathematicis nominibus patefacit, elementorũq́ue ortus Numeris, atq́ Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesq́ue ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quę Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multũm sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tũ etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes in quam, & dissimilitudinis autores fœcundos insuper, atq́ perfectos, hisq́ue contrarios, & concinnos vitę ministros, inconcinnitatẽq́ue præbentes, atq́ omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quę porrò Musarum quoq́ sermo in libro de Repu. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumq́ue bonorum indissolubilis perseuerantiæ, atque optimarum Rerũpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibusq́ue deditæ sunt. quòd enim ad totam Mathematicã disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiã tradere, & nõ ad vnã quãdam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifestum est. per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorũ philosophia. Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cũcta, q̃ i Mũdo sũt colligaint. vide hoc in Timæo.

Qua d' causa Timę' cõtẽplatione rerũ naturalium Mathematicis explicet nomĩnibus.

Ad Politicam.

Musę ĩ 8. d' Repub.

Numerus Geometric' Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero. d' quo dicendũ ĩ comẽtariis nostris.

Ad moralem. tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus moralem nos instituit, ad eamque postremā perfectionem p̄ rducit, ordinem, concinnamque vitā moribus nostris inferens. Figuras praeterea virtuti cōuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus Atheniēsis hospes in 2. de legibus. sane Atheniensis etiā hospes eos instituit, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutū insuper rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumque demū excessus, atq; defectus īdicat, per quos moderati moribus, ornatique efficiSocrates in Gorg. mur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidē Caliclē inordinatę, intēperatęque vitae accusans, Geometriam inquit, ac Geometricā aequalitaSocrates ī nono de Rep. tem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verū & ceteras scias, & artes vtilitas Mathematicae tamen quanta caeteris quoq; scientijs, atque artibus à Mathematica scientia prodeat vtilitas didicerimus vtique considerantes quòd contemplātibus quidem, vt Rhetoricę, atq; huiusce modi omnibus, quaecunq; in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atq; vltimis ad eius similitudinem compleantur. Poeticis autem exempli loco rationes Poëmarum proposuit, quippe quae mensuras etiam in ipsa existentes praeposuit. Agentibus vero, actionem, & motum per suas manentes, immobiles Socrates ī Phileb. que formas determinat. prorsus enim omnes artes (vt ait in Philebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hae autem omnes in Mathematicae scientiae sermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varietas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Vtilitas igiEpilog°. tur totius Mathematicae scientiae ad Philosophiam ipsam, caeterasque scientias, & artes, per haec, quae iam dicta sunt cognita erit audientibus.

Quorundam obiectio contra Mathematices vtilitatem, ipsiusque solutio. Cap. VIIII.

At quidam ex ijs, qui ad contradicendum procliues sunt proPrima opinio. pter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientiae dignitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque Secunda opinio. auferentes tanquam quae de ijs verba non faciat. Alij verò, vtiliores sensilium experientias affirmantes ijs, quae in ipsa vniuersē spectan-

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmeticam, Arithmetica, quę in Theorematibus eſt poſita: nauticamq́ue Aſtrologiam, ea, quæ vniuerſè docet. non enim diteſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoſcendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoſcendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſcientias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ijs, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantiores.

Fũdamẽtũ ſecũdæ opinionis.

Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab ijs oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiſſimùm, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indetdrminatione iam in compoſito prædominante: animæ verò, ab irrationabilirate perperam, inordinateq́ ſe ſe mouentẽ, & rationi diſſonanre, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrẽ pulchritudo etiam ipſa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeq́ue ęxiſtit.

Reſponſio ad primã opinionẽ.

Tria ſunt, q̃ pulchritudinẽ efficiunt ex ſeutentia Ariſt. 13. methaph. ĩ cap. 3.

Hęc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſq́ue variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtenſione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mei t mq́ue omnium relatione, cõmunis ſiquidem menſura totius ſcientiæ mens eſt, à qua principia quoq; accipit, & ad quam diſcenres conuertit: determinationem autem, in manẽtibus ſemper, immobilibuſq́ue rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionẽ cadunt aliter ſe habent quẽadmodum opinabilia, atq; ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibuſq́ formis determinata ſunt.

Qũo tria hęc ĩ Mathematicis ſint.

Si itaq; pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo nanq; eſſe nõ debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſq́ue à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius autem

Cõcluſio.

Reſpõſio ad ſecũdã opinionẽ.

tem

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neq; necessitati studentes iudicare æquum ducemus. sic enim ipsam quoq; contēplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcque minimè respicere, nec cognoscere appetit. Quod sanè Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auertit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur scientiam, ex ipsaque contemplationem propter se expetendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim nos deducit, animæque oculum ad vniuersorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita sanè Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuersamque sapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipsa quoq; est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quòd nul'um cùm sit quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Preterea verò, quia omnes in ipsa libenter versantur, voluntque omnibus alijs dimissis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimè degustarunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ, & quæcunq; cum materia operantur huiuscemodi vsum cōsiderant) sed contrà eius immaterialitatem, ipsique soli quid boni esse admirādum. cùm enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt, & non imeritò. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuique coniuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quę animam ab ortu seiungunt, idque, quod est, in memoriam redigunt. † Iurè igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensuique cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggrediuntur. omnis nanque ortus, vitaque animæ, quæ in se ipsam conuertitur, ab

Socrates in Theæteto. Vide etiā finē Menonis.

Mathematica sciētia pp se expetenda est.

Idē supe rion capi te.

Mathematica sciētia ,pper vitā cōtēplantē est expetēda. Fūdamē-tū sūptū ab Arist.

Cōclusio.

Idem ait Arist. in prio Metaph. cap. primo.

† Sic

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint. Epilogus.

Alia quorundam Platonicorũ contra Mathematicarum vtilitatem obiectio, eiusq́ue solutio.
Cap. X.

FOrsan autem nonnulli ex nostra familia insurgẽtes, Platonemq́ue rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro sciẽtiarum excludere, ipsamq́ue tanquam principia sua ignorãtem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ĳs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunq; alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contemplationem obiecta fuere. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quòd ipse etiam Plato animę purgatricem, sursumq́ue ductricem Mathematicam esse perspicuè asseuerat, quippe quę caliginẽ aufert ab intelligenti cogitationis lumine, quod potiùs conseruandum est, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęq́ue non solùm Mercurialium, sed Mineralium quoq; munerum est particeps: & quòd ipsam vbiq; scientiam voeat, quòdq́ue exercẽtibus maximę felicitatis causam. Verùm quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen à b ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim præsens erit mihi sermo. Scientiã Plato plerisq; quidẽ in locis, omnẽ (vt ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiæ vti nomine videtur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasq́ue alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionẽ diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicu-

Argumẽtũ ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Responsio ad Platonicos.

Homerus in Odis.

Explicat Platonis sententiã.

Pla. in multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophista. Socrates in Gorgia.

Plato is diuisio.

bi scientiæ nomen attribuit: experientijs autem nequaquam. res
Plato in Sympofio enim inquit in Sympofio, quæ nullam habet rationem, quonam pacto scientia esset? & omnis igitur cognitio, quę rerum cognoscendarum rationem, causámque continet, scientia quędam est. Rursus itaq; hanc quoq; scientiam, quę à causa cognoscendi vim habet Subiectorum
Quò differat ars à sciétia, ostēdit Aristo. sexto Moralium cap. 3. & 4. proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cōiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemque facultatē, quę in materialibus versatur, à scientia separat: Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contéplandarum vim habentem, scientiam appellat. Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnam quidem suppositionis expertem esse vult: alteram verò ex suppositione scaturire. & illam quidem, quæ suppositionis est expers, vniuersorum cognoscendo-
De bono, & supre-ma causa vide Platonem, & Proclū in 7. de Rep. † in principio, sed in fine esse. rum vim habere: ad bonum vsque, supremamque omnium causam scandere: finemque scandendi bonum illud sibi efficere: hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè † ad principium, sed ad finem tendere. & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaque est scientia deficere. vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs,
Destructio Argumenti. alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne dicamus igitur quòd Mathematicam à scientiarum numero Plato expellit, sed quòd eam ab vnica scientia, quę supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quòd dicit ipsam sua ignorare principia, sed quòd cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea,
Circa hoc vide Platonem in Timæo. quæ sequuntur demonstrare. animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit: aliquando aūt, à generibus, quæ intelligentiæ subijciūtur motum ipsum recipere. quadrantque hæc inter se. ijs enim, quæ ab alio mouentur quędam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam. Eodem sanè modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta: est attamen scientia, nòn vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas cōclusionum afferens, ratio-
Epilogus. nemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subijciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint.

Quæ

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam rectè iudicare possit. Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantùm disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primùm quidem in quibus conueniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa nanque eadē, specie differentibus insunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē prædicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, vt in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio. non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verùm subiecto differunt genere. Quòd si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. † Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe, Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verùm etiam omnibus Rectilineis inest, & demonstratio quatenus Rectalinea sunt conuenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quādam prorsus proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtputa triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figuræ. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, vtpote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, conuincique minimè possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quiuis scientia, arteque præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, vt de his pertractantem: eum verò, qui de intellectibus, stabilique essentia disserit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem possunt. Confestim nanque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moueantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

Arist. in c. de partib. animaliū, & in primo Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematic⁹ iudicādus est. Primus terminus.

† Illudque, cui id cōtingit, idē est in omnibus Triāgulū nēpe, Triāgularisque ratio

Secundus terminus.

Arist. primo Ethic. cap 3.

Plato in Timæo.

Metaph. 6.

Idē vide apud Aristo. secundo Meta. tex. 16.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus, nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium subiectorum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera magis, ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiorem. Neque omnino Mathematicam, cæterasque scientias iisdem vti demonstrationibus æquum censebimus, earum enim Subiecta haud exiguam ipsis prebent differentiam.

Tertius terminus.

Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque huiuscemodi.

Qui errorem Mathematicè demonstrando.

errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demostrare existimant, nequaquam autem demonstrant, cùm idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrēt, vel alterum tanquam idem: aut cùm quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circumferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū q̃ Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hęc determinare.

Quartus terminus.

Quartò denique loco dicimus, quòd cùm Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspiciendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accōmodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant.

Triplices debēt esse Mathematicę demōstrationes

oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoque Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque omnibus coaptat rationes.

Epilogus.

Verùm de his quidem hactenus.

Quę, & quot sint totius Mathematicę scietię species iuxta Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio Mathematicarū Scientiarū ex mente Pythagoræ.

DE partibus autem Mathematices posthęc determinandum, quę, & quot numerō sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciētiarum quoque magis particularium differentias per species considerare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnam quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harum partium vtranque duplicem ponentes.

Quotum, & Quātū principalia Mathematices Subiecta.

Quotum enim aut per se subsistere dixerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut

stare

ſtare, aut moueri. & Arithmeticam quidem quod per ſe eſt Quotum contemplari, Muſicam verò quod ad alud, Geometriam autẽ Quãtum quatenus immobile eſt, & Sphęricam quod per ſe mouetur. Cõſiderare prꝗterea haſce ſcientias Quotum, & Quantum non magnitudinem abſolutè, neque multitudinem, ſed quod iuxta vtrunq; eſt definitum. hoc enim ab infinitis ablatum ſcientias perpẽdere, ne eã, quæ vtrobiq; eſt infinitatem cognitione comprehendere vanum ſit. Cùm autem hęc viri ſapientisſimi dicant, non ſanè Quotum, quod in ſenſilibus ipſis eſt, nec; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum cenſebimus. nam horum (vt arbitror) cõtemplatio ad naturalem ſpectat ſcientiam, non autem ad Mathematicam ipſam.

Q̃o Quotum & Quantum a Mathematico conſideretur.

At quoniam vniuerſorum vnionem, & diuiſionem, identitatemq́ue, vnà cum diuerſitate, & præter hęc ſtatum, & motum ad animam complendam rerum opifex ſuſcepit, ex hisq́ue generibus ipſam conſtituit, quemadmodum Timęus nos docuit, dicendum quòd iuxta quidem ipſius diuerſitatem, rationumq́ue diuiſionẽ, ac multitudinem conſiſtens cogitatio, ſeſeq́ue intelligens eſſe & vnum, & multa, Numeros profectò ſibi proponit, producitq́ue, horumq́ue cognitionem Arithmeticam: iuxta verò multitudinis vnionem, & ſecum cõmunicatione, colligationemq́ue Muſicam ſibi cõparat, ideò etiã Arithmetica Muſicam antiquitate pręcellit, cùm porrò anima quoq; ipſa ab opifice prius diuiſa ſit, deĩde rationibus collecta, vt enarrat Plato.

Digresſio.

Ex quibus Animã cõſtituat opifex ex Timęi ſententia.

Q̃uo cogitatio Mathematicas producat ſciãs.

Anima prius ẽ diuiſa, poſtea collecta ex mẽte Platonis in Timęo. & ideo Arithmetica p̃cedit Muſicam.

Rurſusq́ue iuxta quidem eum, qui in ipſa eſt ſtatum actionem ſtabiliens, Geometriam ex ſe ſe deprompſit, vnamque eſſentialem Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphęricã. mouetur nanq; ipſa quoq; per Circulos, conſiſtit autẽ ſemper eodem modo, ob Circulorum cauſas. Rectum inquam, & Circulare. & propterea hîc quoq; Geometria Sphericam, vt motum ſtatus precedit.

Geometria pręcedit Aſtronomiã, quia motu prior eſt ſtatus

Quoniam aũt cogitatio ipſa non ad eius infinita vi prẽditam formarũ conuolutionem, ſed ad Finis iuxta genera ambitum reſpiciens haſce genuit ſcientias, idcirco dicunt ipſas à multitudine, magnitudineq́ue infinitum abſtuliſſe, & circa finitum tandem verſari. omniũ ſiquidem principia, pariter'q; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipſa cogitatione collocauit. cùm enim tota ad ſeipſam ſimilium partium ſit, & vna, atq; indiuiſibilis, ruſuſq́ue diuiſibilis, formarumq́ue ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis eſſentialis ex ipſis intellectilibus eſt particeps. verùm intelligit quidem ipſa ob Finem, gignit verò viras, rationesq́ue varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentię haſce conſtituere ſcientias iuxta eum, qui in ipſis eſt Finem, non autem iuxta vitæ

Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum verſari.

Cogitatiõis intelligẽtię iuxta ſuum Finẽ Mathematicas ſciẽtias cõſtituerũt

Infini-

Infinitatem. mentis siquidem imaginem afferunt, non autem vitæ.

Epilogus. Pythagoreorum itaq; hęc est sententia, & quatuor scientiarum diuisio.

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex mente Gemîni. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuisio, ex Gemini sententia.

Mathematicæ scientiæ partes. Arithmetica. Geometria. Mechanica. Astrologia. Perspectiua. Geodæsia. Canonica, siue Regularis. Supputatrix.

RVrsus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathematicam censent, sicuti & Gemînus. & vnam quidem eius partem in intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt, hæcque attingere. Intellectilia vtique appellantes quascunque inspectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans formis. Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè primas, pręcipuasque ponũt partes, Arithmeticam, & Geometriam: eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Mechanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiam, Canonicam, atq; Supputatricem. Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad instruendas, coordinandasque pertinet acies, quam Græci ([illegible]) vocant, vnam aliquam ex Mathematices partibus dicendam esse non censent, vt quidam alij voluere, sed vti eam volunt, modò quidem arte supputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæsia, vt in diuidendis, dimetiendisque castrorum metationis campi spatijs. Quemadmodum porrò eo magis neque historiam scribendi, neque medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet sępenumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur Theorematibus. Rerum quidem gestarum scriptores, vel Climatum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte sua huiuscemodi vijs dilucidando. nam vtilitatem, quæ in Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostẽdit, ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisque dixere. Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis operam accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quę numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra, suosque exercitus ad Figuram Circuli formet: interdũ verò ad Figurã Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit. Cùm autem hæ sint totius Mathematicæ scientię species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cõtemplationem, & Solidorum dimensionem, quę Stereometria vocatur.

Excluditur Ars militaris a Mathematicis scientiis, & aliæ.

Hippocrates in lib. de locis.

Quomodo Mathematicis Ars militaris vtat.

Geometrię duę sũt species, Planorũ consideratio, & Stereometria.

siquidem

ſiquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non eſt tractatio Pulchrum.
quoniam neque Figura † ex his vlla ſine Planis, vel Solidis fieri † in his
poſſet. nihil enim aliud agit Geometria vlla ſui parte, quàm vt Pla- Pricipale Geo
na, aut Solida vel conſtituat: vel conſtituta inter ſe comparet, aut di- metriç officiũ.
uidat. Itidem Arithmetices diſtributio eſt in Numerorum lineariũ,
& planorum, & ſolidorum contemplationem. ſpecies nanque Nu-
meri per ſe ſe conſiderat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Tres Arithmeticę partes, linearium & planorum, & ſolidorum Numerorum conſideratio.
Numerorum, ſimilium inquam, atque diſſimilium, ſolidorumq́ue ad
tertiã vſq; accretionem progreſſus. Geodæſia verò, Supputatrixq́ue
his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) ſimiles in diuiſione
ſunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, ſed de
ſenſilibus verba faciunt. neque enim Geodæſiæ munus eſt, vt Cy- Geodæſia, & Supputatrix eodem modo diuiduntur, quo Arithmetica, & Geometria.
lindrum, aut Conum metiatur, ſed rerum materialium aceruos tan-
quam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id
aſſequitur rectis Lineis, ſed ſenſil bus, interdum quidem certioribus
quodam pacto, vt radijs ſolaribus: interdum verò craſſioribus, vt
Spartis, & Perpendiculo. neque ſimiliter Supputator ipſas per ſe Nu-
merorum inſpicit paſſiones, ſed vt ſunt in ſenſilibus ipſis. vnde no- Quę Geodęſia & supputatrix conſiderent.
men quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (μηλίτας)
quaſdam, & (φιαλίτας) appellans. & nullum quidem concedit eſſe
minimum, vt facit Arithmeticus, qui velut quidem genus ad ali-
quid, minimum illud ſuſcipit. vnus enim aliquis homo eſt ipſi pro
menſura totius hominum multitudinis, ſicut Vnitas quoque com-
munis eſt omnium Numerorum menſura. Perſpectiua rurſus, atque
Canonica a Geometria, Arithmeticaq́ue gignuntur. Et Perſpectiua Canonicã intelligi eſſe Muſicam.
quidem radijs viſorijs tanquam Lineis vtitur, & Angulis, qui ex hiſce
conſtituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quę proprio
nomine dicitur Perſpectiua, quippe quę reddit cauſam earũ apparen-
tiarum, quę aliter q̃ ſint ſe ſe nobis offerre ſolent, ob eorum, quæ ſub Tres totius Perſpectiuę partes
viſum cadunt alios atq; alios ſitus, & diſtãtias, vt Parallelarum coin-
cidentię, vel Quadrangulorum tanquã Circulorum aſpectionis: & in Perſpectiua.
vniuerſam Specularium, quę circa varias, multiplicesq́ue verſatur re-
fractiones, & imaginariæ, ſeu coniecturali cognitioni connectitur: Specularia.
necnon in eam, quę Sciographice, hoc eſt vmbrarum deſignatrix ap- Sciographica.
pellatur, quę oſtendit quo fieri poſſit vt ea, quę in imaginibus apparẽt,
haud inconcinna, vel deformia ob deſignatorum diſtantias, altitudi-
neſque videantur. Canonica autem, ſiue Regularis apparentes eoein- Canonica quid conſideret, de qua Plato in 7. de Repu.
nentiarũ conſiderat rationes, Regularũ ſectiones reperiens, ſenſuſq́ue
vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis exiſtens, vt menti
aures

aures ipſas præpoſuiſſe videatur. Ad has porrò, quas hucuſq; enume-
Mechanicę partes. rauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipſa quędam
exiſtens totius tractationis, & cognitionis rerum ſenſilium, materiæ-
Inſtrumentorum effectrix. qúe coniunctarum. Sub hac verò eſt inſtrumentorum effectrix, quæ
(ὀργανοποιητική) vocatur, eorum inquam, quę gerendis ſunt bellis ido-
nea. qualia ſanè Archimedes etiam fertur conſtruxiſſe, Syracuſas ter-
Miraculorum effectrix, quæ triplex eſt. ra, mariqúe obſidentibus reſiſtentia. & miraculorum effectrix, quæ
(θαυματοποιητική) dicitur, quippe quæ alia quidem ſpiritibus maximo
cum artificio conſtruit, quemadmodum etiam Cteſibius, atq; Heron
operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inęquili-
Timæus. brium, ſtatus verò æquilibrium eſſe cauſam cenſendum, vt Timæus
etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisqúe animatas conuolu-
Aequilibrantiũ & centroponderantium cognitio. tiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum eſt & æquili-
brantium omnino, & eorum, quę centropõderantia vocantur cogni-
tio: necnon (σφαιροποιία) hoc eſt Sphęrarum effectrix ad cęleſtium
circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiã fabricatus
Sphęrarum effectrix. eſt: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aũt
Aſtrologia eſt, quę de mundanis diſſeri. motibus, de corporum cę-
leſtium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraqúe
Aſtrologiæ cõſiderationes, & partes. diſtantiјs, ac de omnibus, quę huiuſcemodi ſunt, multa quidem à
ſenſu ſibi aſſumens, multùm verò cum naturali conſideratione com-
Gnomonica. municans. Huius autem vna pars eſt Gnomonica, quę in horarũ di-
mẽſione poſitu Gnomonum exercetur. Altera eſt Metheoroſcopica,
Metheoroſcopica. quę eleuationum differentias, ſiderumqúe reperit diſtantias, necnon
multa alia, & varia Aſtrologica perdocet Theoremata. Tertia pars
Dioptrica. eſt Dioptrica, quę ſanè quineq; Solis, & Lunę, cæterarumqúe ſtellarũ
Epilogus. diſtantias huiuſcemodi Dioptricis dignoſcit inſtrumentis. Talia de
partibus quoque Mathematices à priſcis tradita, memoriæqúe prodi-
ta ſuſcepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarũ ſcientiarum vertex ſit, & quæ ſit ipſarum coniunctio ex Platonis ſententia. Cap. XIIII.

ATque hæc poſita ſint. Illa rurſus inſpiciamus quo nam pacto Pla-
Plato in 7. de Repub. to Dialecticam Mathematicarum diſciplinarum verticem, ſiue fa-
ſtigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipſarum
coniunctio ſit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compo-
Vide Epinomidem, qui Platoni aſcribitur. ſuit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione
ſuperior eſt, & principia deſuper ipſi ſuppeditat, cogitatio-
nemq;

tionemq́ue ipſam ex ſeſe perficit, eodem ſanè modo Dialectica quoque puriſſima Philoſophiæ pars exiſtens, ſimplicitate Mathematicas diſciplinas proximè vincit. Et totum ipſarum orbem complectitur, vireſq́ue à ſe ſe ſuggerit ipſarum ſcientijs varias, perſiciendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Reſoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonſtrantem: à quibus ſane adiuta, & perfecta Mathematica ipſa, alia quidem per reſolutionem inuenit, alia verò per compoſitionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quæruntur per demonſtrationem colligit. Haſce quidem vias ſubiectis ſuis accōmodans, vnaquaque autem harum vtens ad inſpiciendos medios ſermones ſuos. Vnde porrò & reſolutiones in ipſa, & definitiones, & diuiſiones, ac denique demonſtrationes propriæ ſunt, voluta̅tur'q; ſecundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum eſt veluti vertex, & faſtigium. Quum omne, quod in ipſis intelligens eſt perficiat: & quod certum eſt, ab omni reprehenſione reddat immune: quodq́ue immobile, pariter vt eſt cuſtodiat ſtabile: & quod materiæ eſt expers, & purum, ad mentis ſimplicem, à materiaq́ue ſeclusam naturam referat: ipſarum præterea prima definitionibus diſtinguat principia: generum ſubinde, & formarum, quæ ſub ipſis ſunt generibus diſcretiones oſtendat: compoſitiones inſuper, quæ ex principijs producunt ea, quæ conſequuntur principia: necnon reſolutiones, quæ ad prima, ac principia conſurgunt, ſcanduntq́ue, edoceat. Cæterùm coniunctio quoq; Mathematicarum diſciplinarum, nō vt cenſuit Eratoſthenes, proportio ipſa ponēda eſt. Siquidē proportio vnum quiddam eorum, quę Mathematicis communia ſunt dicitur eſſe, & eſt. Multa verò præterea alia ſpectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas diſciplinas, quæ per ſe inſunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem eſt earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium ſcientiarū ſpeciatim principia ſimpliciori quodā modo in ſeipſam cōplectitur: & cōmunitatem earum, atque differentiam conſiderat: & quæcunq; eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus inſint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè diſcunt fit reuerſio. Hac autem ſuperior Dialectica quoque Mathematicarum diſciplinarum coniunctio eſt. Quam verticem etiam ipſarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipſa ſiquidem totam Mathematicam perficit, ad menteḿq́ue potentijs ſuis

Cōiūctio Mathematicarū, nō eſt ꝓportio, vt voluit Eratoſthenes.

Secunda Mathematicarū cōiūctio. Plato in Repub.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliq́ue reprehensioni obnoxiam. Tertium vero inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumq́ue varietatem, sua simplicitate: & partitionẽ, impartibili cognitione: multitudinẽq́ue, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorũ sermonum† cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis† longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

Tertia Mathematicarum cõiunctio.

† ergo sũ.

Finis optimus, Mathe.

† ipsum optimum.

Mathematices nomen vnde sit ortum. Cap. XV.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumq́ue disciplinarum vndenam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porrò mihi videtur talẽ scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellationẽ, nõ sanè (quẽadmodũ plurima noĩum) à quibuscũq; repertã fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cùm perspexissẽt quidẽ, q; omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscentia est: quæ quidẽ nõ extrinsecus animis aduenit, quẽadmodum quæ a sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, ascititiaq́ue veluti quæ in opinione posita est cognitio, verùm excitatur quidem ab ijs, quę apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumq́ue perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscentiæ ostendi possint, præcipuè tamẽ (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscentiam esse facillimè cõprobabit. Vnde porrò Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quàm animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quàm cogitans animæ pars: hęc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oẽs secundũ essentiã, & occultè: Promit autem vnãquanq;, cùm impedimentis, quę à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem flectunt.

Plato in Memnone

Socrates in Memnone.

ctunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipsos fit conuersionis obstaculũ est. Et omne, quod informat, eã, quæ formæ est expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium, eius, quę nullis affectibus lęditur actionis est impedimentum. Cùm igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus: & actu scientes esse: & essentialem cognitionem depromere. Dum autem vincti, captiuiq́ue sumus: & animæ oculo conniuentes: nullo modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationũ reminiscentia est. Mathematicaq́ue (hoc est disciplinatiua scientia, vt sic exponã) propter hanc ea cognitio potissimùm nuncupatur, quæ nobis ad earũ rationũ reminiscẽtiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huiusce scientiæ, quale porrò sit à nomine fit manifestum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionẽ, & exuscitat intelligentiã, & purgat cogitationẽ, & promit formas, quę nobis secundũ essentiã insunt, & aufert obliuionẽ, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quę ab irrationabilitate proueniunt: ad Dei planè similitudinem huius scientiæ præsidis, qui intelligẽtia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, & animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & inquisitione ad seipsas cõuertit, & obstetricatione quadam perficit, purgaq́ue mentis inuentione ad vitam beatã deducit. Cui sanè nos quoque præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplationem perscribemus.

Opus Mathematices a noie fit manifestum.

Opus Mathematices, simile est operi Dei.

PRIMI LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI
IN PRIMVM EVCLIDIS
ELEMENTORVM.

LIBER SECVNDVS.

Quòd Geometria totius Mathematicæ pars ſit, & quęnam ſit ipſius materia. Cap. I.

Epilogus eorũ, quæ in prio libro dicta ſunt.

COMMVNIA quidem, ad omnemque Mathematicam ſcientiam ſpectãtia, in prædictis ſermonibus perſpeximus, & à Platone non diſſentientes, & ab alijs conſiderationes, quæ ad præſentem pertinent tractatum colligentes. Poſthęc autem conſequens eſt, vt de ipſa quoq; Geometria, deq́ue propoſita Elementorum inſtitutione diſſeramus, cuius gratia totum hunc ſermonem incepimus. Quòd igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars ſit, quod'q; poſt Arithmeticam ſecundum obtineat locum, quippe cùm ab hac perficiatur, atque determinetur (quicquid enim in ipſa exprimi, atque cognoſci poteſt, ab Arithmeticis rationibus determinatur) à veteribus dictum fuit, nec lõgo indiget in præſentia ſermone. At à nobis quoq; de hac enarratio pro animi ſententia fieri poſſet, ſi ſubiectam ipſi materiam conſideraremus, quem inter ea, quæ ſunt, ſortita ſit locum, & eſſentiam. Ex hac enim bene perſpecta, ſcientiæ quoque vis ipſam cognoſcentis, vtilitaſq́ue ab ipſa proueniens, nec non illud, quod à diſcentibus comparatur bonum, ſtatim apparebit. Etenim dubita-

Dubitatio bimẽbris.

ret aliquis in quo eorum, quę ſunt genere Geometricam ponens materiam ab ea, quæ de ipſa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,

Primũ mẽbrum.

de quibus Geometra diſſerit in ſenſilibus ſunt, nec ab ipſa ſeparari

Primũ argumentũ.

poſſunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à ſenſilibus nos liberare, ad incorporeamq́ue ſubſtantiam deducere, item'q; ad intellectilium inſpectionem aſſuefactionem eſſe, ad mentiſq́ue actionem præparare dicemus? Vbi autem impartibile ſignum in ſenſilibus

Secundum argumẽtũ.

vnquam ſpectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non pro-

profundam superficiem, vel à centro ad circunferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarum'que basium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cùm sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atque mutabiles existant, omniquè sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumquè sint progressa? Quòd si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæquè puræ, & à sensilibus separatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoquè interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vna cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumquè secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumquè, & figurarum accretiones, atque decretiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hęc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam quòd Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiuscemodi formas, exurgereque à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animę proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūquè plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereue tale, quod existētiam quo quòd in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisquè dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterque consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisquè gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitationē à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoquè multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt censeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemquè, subsistunt.

Tertium argumentum

Secundum membrum

Primum argumentum. Secundum argumentum Tertium argumentum.

Quartum argumentum contra Platonis in 7. de Rep. vide etia Arist. 2. physico. & 3 de an.

Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis

Triplices vniuersales formæ sunt.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluam) vniuersalibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participãt, quęque in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam materiam considerabimus. Ipsiusque participantia duplicia ponentes, vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia siquidem duplex est: vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt: altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco & Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, duplex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquã quo sensilia participent: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasiæ multitudinibus subsistat. Phantasia nanque propter motum formantem, atque eò quòd cum corpore, & in corpore subsistit: partibiles semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea cognoscitur, talẽ sortitũ est existentiã. Vnde sanè & mentẽ passibilẽ eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonã modo non impassibilis est, nec materiæ expers? Sin autem cum passione agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassibilitas quidem menti, intelligentique naturæ competit: passibile verò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens, simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & passibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumque expertes sunt: intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis, quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omnique impressione, ac passione aliunde adueniente immunes. Vltimę verò, per instrumenta sese exercent, & passiones potius sunt, cogntiones extrinsecus admittentes, vnaque cum subiectis sese commouentes. Tales enim (inquit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phantasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à sese, promitque id, quod sub cognitionem cadit: eò autem quod extra corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionẽ deducit. Et ideo quicquid nouerit, impressio quędam est, & forma intelligentię. Circulumque vnà cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidẽ materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam habentem. Atque idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemadmodum neque in sensilibus. Simul nanque apparet distantia, maiusque, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur

Duplex materia ex sententia Arist. i 7. meta. 35 & 39.

Duplex vniuersale, quod in multis est

Arist. 3. de aia, tex. 20.

Plato in Timęo. Phantasia media est inter sensũ & mentem.

insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquenq; etiam ipsorum, circulum perficit, omnesque sibijnuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phātasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differētia iuxta vnum hic tantùm, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cùm enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quę à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia continentur, & continent. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa consedit natura. Altera quidem immaginabilium circulorum, & vnius in ipsis existētis formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cœlo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quę in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & è contrario impartibilia, partibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, expers magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nō vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantùm, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cùm de circulo quicquam loquitur, atq; diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoq; proponēs, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est circularis, & triangularis ratio.

Geometria vniuersale illud considerat, quod in imaginabilibus distributū é.

rò, qui in Geometria est circulus) verùm vniuersale quidem ipsum considerare fatebimur, sed illud, quod in imaginabilibus distributum est circulis. Et alium quidem intueri: per aliumque, eum, qui in cogitatione est circulum contemplari: circa alium verò demonstrationes facere. Cùm enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perspicere: distrahit ipsas, ac subducit, & in phantasiam in vestibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipsarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à sensilibus separationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non sine phantasia est. Compositionesque figurarum, ac diuisiones imaginabiles sunt, cognitioque ipsarum via quidem est, quæ nos ad eam perducit essentiam, quam per cogitationem assequimur: nondum autem ad illam decucurrit, cùm cogitatio ipsa ad exteriora inspiciat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impressionibus vtatur, à seseque ad exteriora moueatur. Quòd si vnquam cùm interualla contraxerit, impressionesque, & multitudinem sine impressione, atq; vniformiter perspexerit, ad sese reuerti potuerit: tunc eximiè rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interuallique expertes, atque essentiales, quarum copia est. Hæcque ipsius actio finis porrò Geometrici studij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypsone ipsam ad perfectiorem, magisque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantasia sunt informantibus apprehensionibus soluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad cũ transitum, qui à phantasia ad solam cogitationem fit, ipsam per sese finem facere. Surripiendo se se ab interuallis, passibilique mente ad eam actionem, quæ in cogitatione est. Per quam cuncta sine interuallo cernet, & sine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo sunt multiãgula, omniaque in omnibus, & vnumquodq; seorsum. Ob hoc enim ostendimus etiam in phantasia, & in multiangulis circulos inscriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes ostensionem: Idcircò igitur & figurarum constitutiones, & ortus, & diuisiones, & positiones, & applicationes describimus: quoniam phantasia insuper vtimur, huiuscemodique ex hac distantijs. Siquidem forma ipsa immobilis est, & ingenita, & indiuisibilis, & ab omni subiecto immunis. Verùm quæcunq; etiam in illa latenter sunt, cum interuallis, partibiliterque in phantasiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio est: à quo autem pro-

Idẽ vide superius i lib. 1. c. 1.

Optimus finis Geometrici studij, & doni Mercurialis opus.

De Calypsone vide Plutar. in opusc. de vitãda vsura.

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab interuallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaq; prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quę in nobis est impartibilis ratio. Hęc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cùm haud ignoraremus quęcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quãplurimi Platonicorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cõuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quę Geometriæ subijciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes proferr, in ipsa præextiterunt cogitatione; ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphyrius in Miscellaneis.

Pla. in Timęo, & in 7 de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit. Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinũ, & Figurarũ, & in his existentiũ Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionũ, variarumq; Positionum, ac Motuũ cognitrix. Ab impartibili quidẽ Signo progrediẽs, ad Solida autem vsq; descendens, multiformesq; ipsorum differentias inueniens. Rursusq; à compositioribus ad simpliciora, & ad horum recurrens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus vtitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præuia sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vtẽs vtens. In principijs quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definientibusq; orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demonstrationibus, ac Resolutionibus. Vt & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidẽ de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demõstrationes exurgit: seorsum verò de per se Accidentibus, quæ Subiectis quoq; inesse ostendit. Vnaquæq; n. scientiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque passiones sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus vtitur in Demonstrationibus: alia autem, quę per se insunt. Et Pronunciata

Tria i vnaquaq; scia requirunt subiectum A.cidens, & Principium.

E qui-

quidem cõmunia sunt omnibus (licet singulæ propriè ipsis in subiecta sibi vtantur materia) genus verò, & per se accidens diuersum. Geometrię igitur subiecta quidẽ sunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Fguræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ autẽ his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Excessus, Defectus, huiuscemodi omnia. Petitiones verò, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat: illud, à quocunq; signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere. Et illud, si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse. Quæque his cõsequentia sunt. Vnde etiã non omne Problema, nec Quæsitum omne Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriæ fluunt principijs. Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit: conuincetur vtique vt Geometra. Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem, verùm à Geometria contemplatione sunt aliena. Et hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum illud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autẽ à Geometrię principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs, sed peruersè, vt siquis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoq; instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoscere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere possumus prout errant, hanc habẽt promissionem. Alia nanq; Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimùm distant? Certior nanq; alia, quàm alia est scientia (vt ait Aristoteles) quæ quidem à simplicioribus emanat suppositionibus, quàm ea, quæ magis varijs vtitur principijs: quæque dicit propter quid, quàm ea, quæ tantùm rem ita se habere cognoscit: & quæ circa intellectilia versatur, quàm ea, quę sensilia attingit. Et iuxta hasce certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior est: eius siquidem principia simplicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidẽ, positionis est expers: Punctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cùm positionẽ susceperit, Geometriæ principium est: Vnitas verò, Arithmeticæ. Geometria autẽ certior, quàm Sphærica: & Arithmetica, quàm Musica. Hæ nanque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorematum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quàm Mechanica, Perspectiua, ac Specularia: quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt. Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum principijs

Geometrię subiecta.
Geometrię accidentia.
Geometrię principia.
Quæ sint q̃ſita Geometrica.
Quæ sint quęsita nõ Geometrica.
Duplex ẽ quęsitũ nõ Geometricum.
Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi
Aristo. 1. post. t. 42.
Arithmetica certior est q̃ Geometria.
Geometria certior quam sphærica, & Arithmetica, q̃ Musica.
Geometria certior quam Mechanica, Perspectiua, & Specularia

cipijs differunt, harum verò duarum ſuppoſitiones diſtant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemq́ue conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonſtrantur theorematum, alia quidem ſunt ipſis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi poſſe, ſoli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipſa rationes etiam, quæ exprimi non poſſunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones ſecundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorſus non datur. Geometriæ verò peculiaria ſunt ea, quæ circa poſitiones verſantur: numeri enim nullam habent poſitionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportiones, quę exprimi nō poſſunt: vbi enim in infinitum procedit diuiſio, ibi quoque quod exprimi non poteſt extat. Ambabus autem communia ſunt, quæ de diuiſionibus habentur, quales tradit Euclides in ſecundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rurſus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometriam: alia verò ambabus ſimiliter competunt, quæ à tota Mathematica ſciētia in ipſas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationū conuerſiones, et cōpoſitiones, ac diuiſiones, hoc modo ambabus cōmunia ſunt. Quæ verò cōmenſurabilia ſunt, Arithmetica quidem primùm inſpicit: poſtea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuſcemodi cōmenſurabilia, hæc eſſe determinat, quęcunq; rationem ad ſe inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtporè quòd commenſurabilitas in numeris præcipuè ſubſiſtat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cōmenſurabile: & vbi cōmenſurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inſpicit: iuxta proportionem autem ab ipſa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta cauſam ſunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipſarum cauſas, quæ in numeris ſunt, trāſimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inſpicimus, veluti cùm omne multiangulum à nobis in triangula reſoluitur: Quandoque verò proximo contenti ſumus, veluti cùm quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus; in numeris autem hoc non habentes, vno deficiente alterum alterius duplū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à ſeptenario duplus eſt, vno deficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cōmunicant.

Quæ ſint cōia Arithmeticæ, & Geometriæ theoremata, & quę vtriq; propria.

Cōmuniū theorematum diſtinctio.

scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspicere cõmunia quidẽ theoremata, à quibus cõmunibus deriuentur principijs: propria verò, à quibus. Et sic non Geometrica quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam: hæc verò, ad aliam afferre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius vtilitas. Cap. III.

ALtius autem rursus exordium sumentes, totam contẽplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic.n. ornatũ, qui in ipsa est rectè perspiciemus. Intelligemus sanè per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi: & cunctis suas accõmodare animaduersiones: & omnium formas in se continere: & iuxta quidem supremum eius, quodq́ue summam intelligendi vim habet, ea, quæ verè sunt circunspicere: & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumq́ue formarũ potentias. Nam harũ quoque rationes in proprijs habet contẽplationibus. Et ostendit quænam Dijs quidem conuenientes figuræ sint: quæ verò primis essentijs: quæ autem animarum substantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes: & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit: ipsarumq́ue existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passiones: necnon ipsarum cõmunitates, & differẽtias. E quibus sanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cõprehendit, ad essentialemq́ue rationũ redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditq́ue quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sint præacceptæ. Habet.n. imagines quidem vniuersorum intellectilium generum: exemplaria verò sensiliũ: suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cõpleuit essentiam. Per hæcq́ue veluti per media ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricè verò de ijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cõprehendit imagines intelligentium, animaliumq́ue, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus: & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens imateriali quadam, cognoscendiq́ue vi: materiã verò attingens, multas à se se pro-

mit scientias: vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuã. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim instrumenta, ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit. Et montium circuitus, locorumque situs cognitos fecit. Mensuras demum edocuit: alias quidem earum, quę in terra; alias verò earum, quæ sunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinasque construxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certã ciuitatibus reddidit. Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Pluri maque hominibus ab ijs, quæ incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia. Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur, cùm nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat. Cùm.n. omnes vnà Syracusij nauẽ illã protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit. Stupefactus autẽ ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse, cùm coronã, quam fabricatus est non soluta, singulum cõmistarum materiarum pondus comperisset. Hæc quidem Antiquorũ plurimi memoriæ prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes: & proinde pauca ex pluribus nos in præsenti apposuimus, Geometriæ omnino cognitionem, vtilitatemque ostendentes.

Hierõ Syracusius.

Gelonis corona.

Quis sit Geometriæ ortus, quæque fuerint ipsius inuentores Cap. IIII.

ORtus autẽ ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthæc indicandus est. Diuinus.n. Aristoteles dixit easdẽ sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones. Nec nostris quidem temporibus primùm, vel eorũ, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verùm in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse. At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quòd à plerisque memoriæ proditum est, apud Aegyptios Geometriam primùm inuentã fuisse, quæ ab agrorum emensione ortum habuit. Hæc siquidẽ illis necessaria fuit, propter Nili inundationẽ, conuenientes singulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cõmodo, & opportunitate tam huius, quam aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium. Siquidem quod in

Aristo. 1. de cœlo tex. 22 & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emẽsione apud Aegyptios primum.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sensu igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immeritò fiet
Apud Phœnicas numerorū incepit cognitio. transitus. Quemadmodum ergo apud Phœnicas propter mercaturas, atque cōmertia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sanè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta
Mathematici clari. Thales Milesius primus, ab Aegypto i Græciam Geometriam trāstulit. est causam. Cùm itaque Thales primùm Aegyptum petiisset, hanc cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit, multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidē vniuersalius, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ameristus Stesichori Poetę frater, tanquam qui Geometriæ studium tetigit, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Eleus mentio-
Ameristus Hippias Pythagoras. nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem Pythagoras eā Philosophiā, quæ circa ipsam Geometriā versatur, in liberalis doctrinæ figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans: immaterialiterque, & intellectiliter theoremata perscrutans. Qui sanè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non possunt tractationem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit. Hunc verò
Anaxagoras. Oenopides. secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam pertinent aggressus est. Oenopidesque Chius, qui fuit Anaxagora aliquanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti. Quibus succedens
Hippocrates. Theodorus. Plato Hippocrates Chius, qui lunulę qua draturam inuenit, Theodorusque Cyrenęus insignes in Geometria euasere. Primus nanque eorum, qui cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autē cùm his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiā cæteras Mathematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quēadmodum alicubi ipse sese manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo frequētia: & vbique excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque
Leodamas Archytas Theætetus attingit. Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius, & Archytas Tarentinus, & Theęthetus Atheniensis: à quibus theoremata aucta sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem. Leodamante au-
Neoclides Leon. tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon: qui ad ea, quæ superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa quoque construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter vsum eorum, quæ in ipsis ostenduntur: & determinationem inuenerit, quando scilicet quod quæritur problema possibile sit, & quando
Eudoxus. impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior, sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,

quæ

quæ vniuersalia appellantur locupletiorem reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sumpserat initium, in huberiorem diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis vsus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusque frater Dinostratus perfectiorem adhuc totã fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiã in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregiè, multaque particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicinus præterea Atheniensis ijsdem temporibus vigens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thegteto prius edita fuerant huberiora fecit, cõpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos conscripsit. Philippus autẽ Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque in Mathematicis disciplinis incessus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicæ Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscripsere, hucusque scientiæ huius perfectionem producunt. Non multò autẽ his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Thegteto reperta fuerant. Ea præterea, quæ a prioribus molliore brachio ostensa fuerãt, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autẽ iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esset'ne aliqua ad Geometriam capessendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viã regiã, quæ ad Geometriã ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidẽ est, antiquior verò Eratosthene, & Archimede (hi .n. vno, eodem'q; tẽpore vixerunt, vt tradit Eratosthenes) Secta aũt Platonicus, huicque philosophię familiaris est. Vnde sanè totius quoq; Elemẽtorũ institutionis finẽ statuit, earũ, quæ Platonicæ appellãtur figurarũ cõstitutionẽ.

Amyclas. Menæchmus. Dinostratus. Theudius. Cyzicinus. Hermotimus. Philippus Mendęus. Euclides. Primus Ptolem. Archimedes. Eratosthenes. Platonicę figuræ.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina. Cap. V.

SVnt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumina,

Euclidis opera

na, admirandę diligentię, peritęqúe cuiuſdam conſiderationis plena. Talis enim eſt eius Perſpectiua, & Specularia. Tales etiam, quæ ad Muſicam capeſſendam conducunt Elementares inſtitutiones. Itemqúe de Diuiſionibus liber. Præcipue verò circa Geometricam Elementorum inſtitutionem eum quiſpiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa diſtribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea aſſumpſit omnia, quę poterat dicere, ſed ea duntaxat, quæ Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis ſyllogiſmorū modos, alios quidē à cauſis fidem ſuſcipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad ſcientiamqúe accommodatos. Præter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in eſſentialibus rationibus: Demonſtrantem autem, in his, quæ à principijs ad quæſita fiunt progreſſionibus: Reſoluentem verò, in his, quæ fiunt à quæſitis ad principia reuerſionibus. Quinetiam varias conuerſionum ſpecies, tum earum, quæ ſimpliciores, tum etiam earum, quæ compoſitiores ſunt, in hac tractatione commodè eſt intueri. Et quæ quidem tota totis conuerti poſſunt: quæ verò, tota partibus, & contrà: quæ autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, diſpoſitionem, atque ordinem pręcedentium, & ſequentium, vim, qua ſingula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à ſcientia elapſus, ad contrariumqúe mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanquam quę veritati adhęrent, quęqúe parientibus ſciētiam principijs ſunt conſequētia, quæ tamen tendunt in eū, qui ex principijs fluit errorem, rudioresqúe decipiunt, horum quoque perſpicacis prudentiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inſpectionem aggrediuntur, ab omniqúe deceptione permanere immunes. Atque hoc ſanè volumen, per quod hanc infert nobis pręparationē ([illegible]) hoc eſt Mendaciorū, ſiue Fallaciarum inſcripſit. Quippe qui modos ipſarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem noſtram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experientiæqúe ipſi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiqúe vim habet. Elementaris verò ipſius peritæ Geometricarum rerum contemplationis inſtitutio, inuincibilem, perfectamqúe habet enarrationem.

Perſpectiua. Specularia. Muſica. Liber de diuiſionibus. Geometrica Elementa.

Liber Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.

Quod

Quod nam sit Geometrię Propositum. Cap. VI.

QVod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguen- Duplex ꝓpositum.
dum, tum iuxta res, de quibus quæsita fiunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quòd de Mundanis vtique Figuris omnis Geometræ est sermo. Quippe qui à Primum Geometrę Propositū
simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem desinit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphęram inscriptiones, quasq́ue habent rationes tradit. Quapro- Quorūdā opinio.
pter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumq́ue vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscētem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ip- Secundum Geometrę Propositū
sum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatẽq́ue in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisq́ue cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisq́ue suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumq́ue demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisq́ue egressæ Archimedes.
sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphęra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quę in hae Apollonius.
ostensa sunt tractatione, tanquā euidentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Geometriæ torum Propositū
Elementis instituere, Mundanarumq́ue Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est Elementorū institutor vocetur. Cap. VII.

HOc ipsum autem (Stichioseos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusq́ue Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio, Inscriptio

F quā

Triplex Theorema.

quam habet rationem, vt sanè de inscriptione etiam aliquid quæramus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia vero Elementaria appellare consueuerunt, alia autem extra horum vim determinantur.

Elementũ quid.

Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubiorum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quemadmodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicissima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnisque dictio, atque oratio ex his constituta est; ita sane totius quoque Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ sequuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, multorumque accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa appellant.

Elementare quid.

Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendũt, & simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd sua contemplatio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia, Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares in vno Signo coincidere.

Theorema. Quid sit Theorema quod neq; Elementũ est, neque Elementare.

Quæcunque demum neque extensam in multitudinem cognitionem habent, nec porrò scitum quicquam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Elementarium vim.

Duplex Elementum ex Menechmi sententia.

Rursus autem Elementum (vt ait Menæchmus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod confirmatur Elementum est. vt Primum apud Euclidem Secundi, Quintique, Quartum. Sic porrò multa quoque inuicem alterum alterius Elementa esse dicentur. Mutuò enim confirmantur. Nam & ex eò, quòd extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, & è contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptionique huiuscemodi Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in quod cùm sit magis simplex, compositum dissoluitur. Ita autem non omne rursus, omnis Elementum vocabitur: verùm ea, quæ principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt constituta.

Petitiones Theoremataũ Elementa sunt.

Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque Elementa constructa sunt.

Cur Euclidis Theoremata Elementa vocentur.

Alia quidem illius Geometriæ, quæ circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè modo in Arithmeticis quoque, in Astronomicisque Elementares institutiones multi conscripsere.

Difficile ẽ Elementa cõstruere.

Difficile autem hoc est, eligere quidem, commodeque in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæq́ue resoluantur. Atq; eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modũ per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruentes principia moliti sunt. Omninoq́ue plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositũ continentia, concludentiaq́ue eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Dilucitatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis cõprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionẽ. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facilè quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contẽplationem maximè confert: dilucitatem verò, ordinatamq́ue traditionẽ, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à cõmunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusq́ue Theorematibus àd Quæsita migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ijsdem vijs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisq́ue constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamq́ue varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facilè constituuntur, quẽadmodum plurimæ Angulorum, Linearumq́ue species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudq́ue alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuersis modis mul ti Elementa tradidere runt.

Condõnes quę requiruntur ad optimã Elementorũ institutionem.

Euclidis Elemẽtaris institutiões iã dictas habet conditiones. Et ideo omnes aliorũ institutiones excellit.

Cur quædã ab Euclide prætermittantũ

Apollonius.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo. Cap. VIII.

VNiuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

nunc edocebimus. Quoniam hanc ſcientiam (Geometriam inquã) ex ſuppoſitione conſtare dicimus, ex definitisque principijs reliqua, quæ ſequuntur demonſtrare (vna enim tantùm abſque ſuppoſitione eſt, reliquæ verò omnes ab illa ſua aſſumunt principia) neceſſe eſt vtique Geometricarum Elementorum inſtitutionem conſtruentem ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex principijs fluunt cõcluſiones: deque principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare. Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipſis verba facit; verùm circa ipſa per ſeſe ſibi facit fidem, magisque ſunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſeſe, hęc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſophus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens. Ita Medicus, cæterarumque ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiuſq; peritus. Quòd ſi quis principia, & quæ de principijs ſcatent, in idem permiſceat, is totam perturbat cognitionem, eaque conglutinat, quę nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primùm itaq; (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda erant. Quod ſanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cõmunia ſcientiæ huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia in Suppoſitiones, Petitiones, Pronunciataque diuidit. Differunt nanque hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, & Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cùm quidem, & addiſcenti cognitum, & per ſeſe credibile fuerit quod in principij aſſumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quę eidem ęqualia, ad inuicem quoque ęqualia eſſe. Cùm verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, per ſeſe fidem faciat, verùtamen ponit, conceditque id aſſumenti, tale ſuppoſitio eſt. Nam quòd Circulus ſit eiuſmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præſumpſimus: verũ audiendo, abſque demonſtratione concedimus. Cùm autem rurſus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conceſſum, aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: ſicut, omnes rectos angulos ęquales eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi poteſt, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctrinam hoc modo diſtinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppoſitio.

Prima philoſophia.

Nulla ſcia ſua demõſtrat principia.

Motus, vt ſuppoſitio principiũ ẽ.

Euclides.

Quo differant inter ſe Pronuntiatũ, Petitio, & Suppoſitio ex ſententia Ari. 1. poſte. tex. 25

sitio. Sæpenumero autem omnia quoq; hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur. Rursus autem, quæ ex principijs scaturiunt, in Problemata, Theoremataque diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia: Hęc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia. Quẽadmodum enim effectrices Scientię, contemplationis sunt participes: eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpsere. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speusippi, Amphinomique Sectatores, arbitrati scientijs contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quàm Problematum. Præsertim cùm de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non est. Quamobrem neque Problema locum in hisquidem habebit: ortum, effectionemque eius, quod prius nõ erat enuntiando, vtputa Aequilateris Trianguli constitutionẽ, vel Quadranguli data recta linea descriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem. Melius itaque (inquiunt) est, dicere quòd omnia, huiuscemodi sunt. Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quę semper sunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè suscipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant: Quemadmodum qui Menęchmum secuti sunt Mathematici. Munus autem Problematis esse duplex, aliquando quidem quæsitum comparare, aliquando verò cùm determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus. Et rectè quidem vtrique dicunt. Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt. Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata, cuiusmodi Mechanices. Sensilia nanque ea sunt, ortumque habentia, & cuiuscunque generis mutationem. Et qui Menęchmum secuti sunt, à veritate non dissentiunt. Siquidem neq; Theorematum inuentiones, absque in materiam accessu esse vllo modo possunt: materiam inquam intellectilem. In illam itaque rationes progressæ, ipsamque informantes, non immeritò vtique generationibus assimilari dicuntur. Cogitationis nanque nostrę motum, rationumque in ipsa existentium productionem: Figurarum,

Stoicorũ opinio.

Quæ ì principijs emanant in Problemata, Theoremataq; diuiduntur.

Speusippi, & Amphinomi opinio.

Eorũ fundamẽtum.

Menæchmi opinio.

Munus problematis duplex secundũ Menęchmum.

Duarũ superiorum opinionũ cõciliatio.

Intelligibilis materia.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quę circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quę in Cogitatione sunt, sine ortu, omniq́ue mutatione consistunt. Sunt itaque & Problemata Geometrica, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Prorsus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta autem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsiti Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnumquodq; eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumq́ue oppositum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipere symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtputa Triangulum, vel Quadrangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per sese accidens vocatur, vtputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Positionem, vel aliquid aliud huiuscemodi. Cùm igitur ita quispiam proposuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Problema dicit. Posis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusq́ue super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, vt & non æquilaterum constituatur. Cùm autē Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiā proposuerit, Theorema eum proponere dicendum. Fieri enim non potest, vt non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa siquis Problematicè formans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geometriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamq́ue materiam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponendum est. Vt datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in partes æquales secare. nam fieri potest, vt in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispescere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrāgulum descri-

Aliorū opinio, in quo differat theorema à Problemate.

Materia Problematis, & theorematis, quid.

Prędicatū symptoma quid.

describi. Atque omnia quæcunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodori, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid sit symptoma, quod de ea, quæ in ipso est materia prædicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quæritur sit nec ne: Problema verò, Propositionem, in qua quæritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cõtemplantem Propositionem enunciando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Aequicruris æquales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes sit'ne super hance rectam Lineam Triangulum constituere. Differe enim (dicebant ipsi) absolutè quidem, atque indefinitè quærere sit'ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineę rectam Lineã ad Angulos rectos erigere, & quæ nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Ceterùm quòd quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifestum est. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quæ demonstrantur adiecit, interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoq; generationis gratia, nam vt ostendamus quòd id, quod iussum erat, factum est, Demonstrationem assumimus: quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quæsiti naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contexentem, ipsisque alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem, Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quod differ[...] Theo[...] Problemate [...] Zenodori opinionem. Definitio Theorematis & Problematis à Posidonij sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata hēt, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9 atque aliis locis

Quod sit primi libri Propositum.
Cap. VIIII.

POsthæc autem cùm primi libri Propositum determinauerimus, diui-

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quanuis .n. Circulus, deque ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusque ad intellectilia Cogitationẽ transferre festinantibus magis conueniens est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, & vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, principalisimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquã, & Parallelogrãmum. In his enim tanquam sub genere Elementorum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atque Scalenum, & quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitutæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulũ proxima trium Elementorum est causa, ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum toti cõuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam, quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum rectè inuenit principia, accurateque colligauit.

Primi libri Propositũ.

Maximè primæ, & principalissimę Rectilineorũ Figuræ Triãgulum, & Parallelogrãmum.

Triangulũ ęquilaterũ trium Elementorum est proxima causa, Quadrangulum verò, vnius.

Primi libri Diuisio Cap. X.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodque per se inspicit. Triangulum nanque vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atque inequalitatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrãmis contexit, Parallelarum proprietates, Patallelogrãmorumque generationes describens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrãmorumque cõmunicationem ostẽdit,

Pria pars primi libri eiusque propositum.

Secũda, & eius propositum.

Tertia, & eius propositum.

ostendit,& in Symptomatibus,& in ijs,quæ ad inuicem fiunt compa rationibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrāma iisdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā pacto fiat Parallelogrāmum ęquale Triangulo: ac deniq; de ijs,quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad ea,quę à comprehendentibus ipsum. Talis sit & Diuisio.

Quędā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INcipientes autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imitantes,quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura,& tres Oboli.] ostendentibus quòd vtique oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere sinit, & contubernalem mortalibus explere vsum,huicque consulentem,quę hinc fit euectionem negligere. Pythagoreorum Aenigma

INCIPIT TEXTVS.

Signum est, cuius pars nulla. Definitio prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositioribus ad simpliciora fit transitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat,ad Superficię, quæ hoc terminat: à superficie aūt ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimensione immune, sępenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter Cōment. primum. Geometra pgreditur à cōpositioribus ad simpliciora.

[illegible] Termini materiales [illegible] Terminata, Terminis. In [illegible] rebus simpliciora pręcellunt cōpositioribus. Termini imateriales pręcellunt Terminatis imaterialibus. Ratio. In materialibus rebus cōpositiora simplicioribus pręcellūt. Terminata materialia pręcellūt Terminis materialibus. Ratio.

simplicitatem, natura compositorum præstantiora esse videntur; in compluribus verò, cùm in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quę sunt generibus inspiciatur. Dico itaque quòd ea quidem, quę materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatę, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorem, compositiorum subsistentia. Propterea quæ & in Mente, & in Ornatibus tū medijs, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proxime corpora viuificant, ijs, quę terminantur, Termini iuxta essentiam pręcellunt: & quam ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, vnionemque habent ascititiam, compositiores sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæque in sensilibus sunt à Natura ptogenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitque ipsi adueniens. & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsisten-

Cōfirmatio eorum quæ dicta sunt.

tibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quòd in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quę terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū constituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntque deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamque simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cùm enim in alio consistant, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obscurans dimensionem, vndique sit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulque distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectilem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt, à suaque simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existẽtibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quędam medium, & quędam vltimum sortitę sint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes sunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas suas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ sunt, aliæ autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verũtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ sunt, eiusque magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latẽter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusque omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinitę naturæ magis est particeps. Quapropter ex eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaque omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media sunt, secundũ Extremorũ distãtiã, aut ex eorũ sunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cùm ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cùm autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinitè in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adsuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantùm omnia existens. Vtque paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatẽ in principijs superiorẽ tenent locũ, in participationibus seruant quidẽ (vt natura eis cõparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cõpositioribus factę rationibus. Materia nanq; harũ clarius potest fieri particeps, ad hasque potius quàm ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

G 2 para-

Nota hic Duplicem materiam

Dubitatio

Solutio. Formarũ imateriaiium ordo

Respõdet tacitæ obiectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum vero, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quàm Plani. huiusque magis, quam formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quam Signi hęc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenę pręest, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini

Digressio sunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est

Stoicorũ opinio, ipsiusq; oppugnatio. huiuscemodi Terminos (Corporum inquã) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verùm esse quasdam huiuscemodi naturas in ijs, quæ sunt, ipsorumque rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra

Cẽtra qd faciant. nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuque suo conseruant, & ipsarũ interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad sesque constabiliunt. Axes autẽ ipsas euoluunt,

Axes. atque circũducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quin

Poli. etiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicuè non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atq; inexcessabilis motus præ-

Pla in 10. de Rep. bitrices? Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiæ vim, & æternam, & stabilem, quæque eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumque ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circũsilire. Aliæ autem magis reconditę, abstrusæque orationes Opificem quoq; Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoque diuino Amo-

Pythagorei qui de causa Polum Rheę Sigillũ appellabãt. te Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheę Sigillum appallandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitã largitur, inexplicabilẽ, efficacemque vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem,

Cur centrũ Iouis carcerem. Iouis carcerem. Quoniam cùm opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidẽ manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentque omnia suum custodientia or-

Dij Polorum. dinem immutabilem: & qui Polis assistunt Dij, diuisorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti sunt potentiam: quique

Axes

Axes fortiti sunt, conuolutiones coercent, æternequé euoluunt. Et fi fas est nostram in medium afferre sententiam, Cętra quidem Sphærarum omniũ, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphærę autem ipsæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulātes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quòdque isti, quatenus primarum, & maxime principalium causarum imaginem afferunt, maximũ in Vniuerso fortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat.

In Axiũ.

Propria opinio.

Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt inspicientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonã pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente praeextiterunt, verùm impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Signi rationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timęus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. Quilibet nanq; Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterùm iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueq; iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est eum simplicitate præstet iuxta hancce eorũ, quæ sunt diminutionē, hoc

Quorũdã duplex opinio, prima Stoicorum, secũda Aristo. Quo isti Termini subsistant.

Timęus.

Quilibet circulorũ Linea tantum est Pla. in Timęo, vide et Arist. 3. de Cœlo.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam. & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam absumit impartibilitatem. Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix, alia verò vt substrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam. Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quę sunt, verba facienti, cuncta certē vtcunq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias: particulatium verò scientia prædito à quibusdam definitis principijs contemplationem producenti, & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minimē scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere: hancque intueri simplicitatem, quæ præest omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmeticam. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in pręsenti tamen scientia perfecta est. Siquidē Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia. & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur. At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum, hic verò, simplex quò ad rationem. & vterque rectē quò ad propriam scientiam. Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus, neque imperfectam ipsam esse posuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est. hoc siquidem ipsi tantùm deest, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum est. meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit. Omne siquidem principium diuersa ab eis, quæ scatent à principio constat essentia: & horum negationes illius nobis patefaciunt

Dupliciter vnitas cō sideratur.

Dupliciter Signū cōsiderat.

Dubitatio Solutio.

Solum Signū i Geometria partiū expers est, & sola vnitas in Arithmetica.

Finis Digresfionis Cur Euclides à partium negatione Signum definiat.

Parmenides.

ciunt proprietatem. Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiuscemodi doctrina perspicuum fit. Fortè autē quispiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantasia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens. Ad quā sanè ambiguitatem dicamus, quod imaginarij motus species neque partibilis tantùm est, neque impartibilis: Verùm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum. Nā si partibilis esset tantùm, non vtique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistentes obscurantibus. Siquidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus continetur Figuris: verùm per secundas priores delentur. Si autem impartibilis, Cogitatione porrò, & Anima impartibiliter cuncta spectāte nō esset inferior, neque per Formas operaretur. Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque † consatam, conspersamue promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cognitionem cadunt, ad ipsam penetrantium: desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum. Quòd si huiuscemodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa. & iuxta illam, Signum præcipuè essentiam habere dicendum. Linee nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est. Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter. Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint. Quòd itaque Numeri quidem magis immateriales, magisque puri, quàm Magnitudines sint, & quòd Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est. At cùm dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quòd vtique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtpura Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures: Figuraque carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantasia palàm sese offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectilem materiam. Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omnique Interuallo, ac loco immunis. Ha-

Dubitatio

Solutio

Fundamētum. Primū argumentū.

Secūdū argumentū.

Cōclusio.

† Cōuolutā promere &c.

Phantasiæ duplex vis.

Definitio Signi secū dū Pythagoreos, & eius expositio.

Vnitas, & Numerus in opinione subsistunt.

Intellectilis materia.

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasiæ gremijs apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

TEXTVS

Definitio secunda.

Linea autem, Longitudo sine Latitudine.

Còm. secundum.

LInea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adijciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficiei, principij habet ratione. Nam Signum quidem vtpote Magnitudinum omnium principiũ sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Lõgitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à cæteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porrò, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrà. Cùm ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quòd non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiũt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verùm hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existētiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fœcundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Cæterum hæc quidem cuilibet nota, manifestaque sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportione correspondentia ponunt. quæ tamē vt ea, quæ cum In-

Aliæ Lineæ definitiones.

Digressio

ternallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam, Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancq́ue seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adq́ue sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancq́ue Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij vero ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se est, vel in Linea. quod etiam cùm tāquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportione respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primùm, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cùm prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaq́ue propter progressum: si .n. infinita sit, indefiniti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hęc vtique Totalitatē imitatur, ordinemq́ue illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrectè, & vnico distat Interuallo: Binarijq́ue materiam. Superficies autem, Ternarius cùm sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamq́ue formam, atque speciem susceperit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primùm: Binario vero ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cùm tripliciter distet, per Quaternariumq́ue Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnà cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; fœminea. At hęc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secūdam existentem, iuxtaq́ue primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterùm quòd & Signū

Arist. primo de cælo tex. 2.

Exēplum.

Signū duplex.

Oraculū.

Cur Pythagorei Lineã Diadicam appellabãt. Parmenides.

post Vnitatem, & Linea post Binarium, Superficiesq́ue post Ternarium sit, Parmenides etiam alicubi ostendit, ab vno Multa primùm negatione auferens, deinde Totum. Quòd si Multa ante Totũ Numerus quoque ante Cõtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasq́ue ante Signum erit. siquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta sint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apollonij quoque sectatores dicentes, quòd Lineæ quidẽ notionem habemus, quando Longitudines tantùm, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinẽ tunc, Crassitiemq́ue subiungimus: sed vnicam dũtaxat consideramus distantiam. Quemadmodum sanè, cùm etiam campos metimur, Superficiem cernimus, cùm autem Puteos, Solidum. omnes .n. distantias simul colligentes, tantùm esse Putei spatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Sensum autem ipsius Lineæ habuerimus vtique, si diuisiones locorũ lucidorum, ab obumbratis inspexerimus, nec non ad Lunam, quę super Terram est. hoc nãque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet distantiam: Longitudinem autem habet, quę vnà cùm Lumine, & Vmbra extenditur.

† hoc nãq; Finis Digresfionis. Notio Lineæ iuxta Apollonium. Pulcherrimus Lineę sensus.

TEXTVS

Definitio tertia.

Lineæ autem Extrema, sunt Signa.

Cõm. 3. OMne cõpositum à simplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumq́ue imagines in Mathematicis principijs palàm se se offerunt. Cùm .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifestè videtur ipsam per se se infinitam facere, quippe quę propter proprium progressum, Extremũ non habet. Quemadmodũ igitur Binarius ab Vnitate terminatur, suamq́ue intolerabilem audaciam sub Terminũ, Finemq́ue redigit, cùm ab illa coerceatur: ita sanè Linea quoque Signis apud ipsam existentibus terminatur. Cùm .n. Binario similis sit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verùm in imaginabilibus quidem, atque in sensilibus Signa ipsa, quæ in Linea sunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præextitit quidem partiũ expers Signi Ratio, progressa autem illinc ipsa longè prima cum Interuallo seipsam

Intolerabilis Binarij audacia. Digressio

consti-

constituendo,& mouens se se,& fluens in infinitum, indefinitumq́ue
Binarium imitans,à proprio quidē coercetur principio,ab eodemq́ue
vnitur,atq; vndequaq; corripitur. Infinita ergo, finitaq́ue simul exi-
stit. iuxta quidem sui progressum,infinita: iuxta verò terminatricis
causæ participationē, finita. Cùm .n. ipsi aduenerit, illius cōprehen-
sione retinētur,terminaturq́ue iuxta illius vnionem. Vnde porrò in
Imaginibus quoque Signa finem, atq; principium Lineę occupando,
ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separa-
tus est, hìc verò duplex: in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc af-
ferret vtique mirabile indicium,Formas in se se quidem manentes ea,
quę ipsis participant, iuxta causam precedere: illis vero deditas,iuxta
illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnà cum ipsis multipli-
cantur,& partiuntur,subiectorumq́ue diuisionem recipiunt. Preterea Finis digressionis Noradũ
hoc quoq; de Linea præaccipiendum est,quòd ipsa Geometra tripli-
citer vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo
Problemate,quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum Prima propositio primi Elemētorũ.
equilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò
finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ Vigesima secunda ꝓpositio eiusdem.
tribus datis rectis Lineis equales sint, Triangulũ construere. in Pro-
blematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex
vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraq; parte
infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datã rectam Li- Duodecima propositio eiusdem.
neam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem
rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipi-
tur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cùm sit non præ- Tripliciter Linea à Geometra cōsideratur.
tereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? &
cuius Lineæ? siquidem neq; infinitæ, neq; cuiuslibet finitæ? Nam
est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. ta- Dubitatio
lis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet,
quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igi-
tur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus .n. quan- Solutio.
dam circunferentiã,quæ à Signis terminatur, Lineæq́ue Clypei par-
tem,eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem
Circuli,Clypeiq́ue Linea quandam etiã aliam sibi assumpsit proprie-
tatem,per quam non solùm Linea est, verùm etiam Figuræ perficiē-
dæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates ha-
bent Signa: talium verò Figurarum effectrices,in se se coeunt. quòd
si describi quoq; eas intelligas, reperies vtique quomodo à Signis ter-
minantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemq́ue principio con-

iunxeris, non amplius ipſarum Extrema poteris inſpicere.

Definitio quarta.

TEXTVS

Recta Linea eſt, quę ex æquo inter ſua Signa ſita eſt.

Com. 4. Diuiſio Lineæ ſecundum Plat. & Arist.

PLato quidem Lineæ duas ſimpliciſſimas, præcipuasque ponens ſpecies, Rectam vtiq; & Circularem, reliquas omnes per miſtionem ex his conſtituit, quæcunq; Tortuoſæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ ſunt, aliæ verò circa Solida ſubſiſtunt: & quęcunque per Solidorum ſectiones producuntur curuarum Linearum ſpecies. Et videtur Signum quidem (ſi fas eſt dicere) Vnius, iuxta Platonis ſententiam, afferre imaginē. hoc nanque nullam habet partē, quemadmodū ille quoque in Parmenide oſtendit. Quoniam autē poſt Vnū,

Pla. in Parmenide.

tres ſunt ſubſtantiæ, Finis, Infinitū, & Miſtum, per haſce Linearū, & Angulorum, & Figurarū ſpecies in rerū natura producuntur. & Fini quidē Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphęra in Solidis proportione reſpondent: Infinitati verò, Rectū iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cōperit, ſi in vnoquoq; ſpectetur. Miſtum autē, quod in his omnibus eſt, Miſto illic exiſtenti. Lineæ nanque miſtæ ſunt, vt circunuolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, vt Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, vt Segmenta, atque Apſides: Solidæ verò, vt Coni, atq; Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Miſtum in his omnibus eſt. Quin etiam Ariſtoteles Pla-

Ariſt. 1. de cœlo t. 5.

toni aſtipulatur. Omnis ſiquidem (inquit) Lineæ ſpecies vel Recta eſt, vel Circularis, vel ex his Miſta. Vnde & Motus tres ſunt, Rectus

Dubitatio Xenocratis.

vnus, alter Circularis, tertius Miſtus. Ambigunt autem quidam aduerſus hanc diuiſionem, & dicunt non eſſe duas tantūmodo ſimplices Lineas, verùm quandā quoque tertiā dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrū deſcribitur, quando, dū recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiē, Signum in ipſa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc eſt implexa, circunuolutaque Linea, quæ omnes ſui partes omnibus ſecundū partium ſimilitudinē adaptat, vt oſtendit Apollo-

Apollonius in libro de Cochlea.

nius in libro de Cochlea. quę quidē paſſio ex omnibus Helicibus ipſi ſoli cōperit. Planę nanq; Helicis partes inter ſe diſſimiles ſunt. necnō eius, quæ circa Conū, & eius, quæ circa Sphæram deſcribitur. Sola

aūt

autem Cylindrica eodem ſanè modo ſimilium partium eſt,quo etiam Recta,circularisque Linea. Nunquid itaque ſimplices Lineæ tres ſint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, ſimilium quidē partium eſſe huiuſcemodi Helicem, queadmodū Apollonius quoq; docuit, ſimplicem autem minimè. non .n. idem eſſe quod ſimilium partium eſt,& quod ſimplex. ſiquidem eorum etiā, quæ natura conſtant, ſimilium quidem partium ſunt Aurum,& Argentum, ſimplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Miſtionē ex ſimplicibus,ipſam quoq; Generationem manifeſtare. Oritur.n.dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipſa recta Linea fertur. Duo igitur motus ſimplices ipſam cōſtituerunt. Quamobrē ex numero Miſtarum eſt Linearum, non autem ſimplicium. Quod .n. ex diſſimilibus eſt conſtitutum, Simplex non eſt: ſed Miſtum. Recteque Geminus cùm ex pluribus quidem motibus,ſimplicium quoque Linearū aliquam produci conceſsiſſet, non equidem omnem etiā talem Miſtam eſſe conceſsit: verū illam, quæ ex diſsimilibus oritur motibus. ſi .n. Quadrangulum, duoſque motus,qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producetur, recta exiſtens Linea,non ob id tamen Linea recta mixta eſt. Nulla.n. alia ipſam præcedit Linea, quæ fit per ſimplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verùm nec ſi quis in Angulo recto rectam ſubduci Lineam excogitauerit, bipartitaque ſectione Circulum deſcribere,propter hoc Linea circularis Miſtione producta eſt. eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cùm æqualiter moueantur, rectā deſcribunt: bipartita verò ſectio cùm inequaliter deuoluatur,circulum deſignat: reliqua autem Signa, deſcribunt Ellipſim. Quapropter Rationis, quæ bipartita fit ſectione inæqualitatem conſecuta eſt circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam,non autem ſecundum naturam moueri ſuppoſitum fuit. At hæc quidē de his ſint ſatis. Videbitur autē vtriſque Lineis ſimplicibus exiſtentibus (Recta inquā,& Circulari) Recta vtique ſimplicior eſſe. in hac .n. ne opinione quidē diſſimilitudo excogitari poteſt. in Circulari verò,Concauum, & Conuexum diſſimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiæ ſecundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen reſpectum ad centrum, ſecum affert. Quid autem ſiquis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad conſtitutionem indigere? ſi enim rectæ Lineæ terminatæ vtriuſis quidem

Solutio Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

dem Extremorũ maneat, alterum verò moueatur, Circulum proculdubio describet, eius autẽ Centrum, manens rectæ Lineę Extremum
Solutio. erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens fertur, non recta Linea: distantiam enim duntaxat ipsa determinat; Circularẽ verò Lineam Signũ constituit dum circulariter mouetur.
Digressio De his autem satis. Verum enimuero Circunferentia quidem Fini proxima esse videtur, & eandẽ ad alias Lineas habere rationem, quã Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaqúe ex simplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitũ enim producta nequaquã cessat, & quemadmodũ ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earũ, quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Anima quoq; Rectum, & Circulare secundum essentiam in se prędassumpsit, vt omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, omnemqúe Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Circulari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in multitudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nõ solùm Anima, verũetiam ille, qui Animam produxit, hasqúe potentias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cùm enim omnium eorum, quæ sunt, principiũ, Media, finesqúe præassumpsisset, rectas Lineas terminat secundum naturam circũiens, inquit Pla-
Pla. in Timęo. to. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad seseqúe re-
Timæus, uersus est, manens in suo quodãmodo more, ait Timæus. Nota autẽ
Linea recta cuius sit Nota. est Linea recta quidẽ, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculatæ, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusqúe assistentis prouidentiæ.
Circunferẽtia cuius Nota sit. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit actionis, quæqúe ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentẽ terminum omnibus dominatur. Cùm itaque duo hęc principia Rectum scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso pręposuisset,
Duę, quæ à Deo sũt Vnitates. duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumqúe essentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, sensilibusqúe ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, sensiliaqúe sortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus ve-
Finis Digressionis rò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harũ Formarum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant.
Ponderat definitionem Euclidis. At rectæ Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Si-

gna æquale occupare spatium. quanta .n. est alterius Signorum ab altero distãtia, tanta est rectę, quæ ab ipsis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quòd si in Circunferentia, vel etiam in alia quadã Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineæ spatium, ipsorum distantiã superat: omnisque Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cõmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiã inquit: eos autem, qui non per rectã, à necessario plurimùm aberrare. Plato autẽ rectam Lineam sic definit. Linea rectã est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quæ in directum posita sunt pati necesse est: quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariũ est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solẽ dicunt deliquiũ pati, cùm ip se, & Luna, nosterque oculus in vna fuerint recta Linea. tunc .n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectæ Lineæ passio ostenderit vtiq; quòd in his etiã, quæ sunt, iuxta processus, qui à causis emanãt, Media quidem Extremorũ distantiam, adinuicemque cõmunicationem, diuidendi vim habent. queãdmodum sanè iuxta regressus, quæ etiã ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineã, minimã earũ, quæ Terminos habent eosdem. Cùm .n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hac de causa eosdẽ Terminos habentium minima est. si .n. quędã fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineę definitiones, in easdẽ recidunt sententias. Exẽpli gratia, quòd in suis constituta est extremitatibus. & quòd nõ est pars quidẽ ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q; omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quòd extremis manentibus, ipsa quoque manet. quòd demũ cũ vna, quæ sit sibi speciei similis Figurã non perficit. hæc .n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quã habet ex eo quòd simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremũ progressum. hęc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineã Geminus, primũ quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cõpositam, refractam, Angulumque efficientẽ: reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositã, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producitur. Figurã facere dicens, Circularem, Clypeique Lineam, quæque Hæderę similis est: non facere autẽ Rectanguli, Obtusanguliqùe Coni sectionem, Conchæ

Definitio rectę Lineæ secundum Pla.

Pulchra ď rectæ Lineę passione in iis, quæ sunt, cõtẽplatio

Defõ rectæ Lineæ secundum Archime.

Multę rectæ Lineę defõnes.

Alia Lineę diuisio secũdũ Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusq; alio modo Incõpositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidẽ Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistæ autem aliã quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidẽ in se se coincidere, vt quæ Figurã refert Hæderæ, quæ Cissoides vocitatur: aliã verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliã quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliã verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidẽ, quæ circa Sphæram, aut Conũ describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorũ gigni sectione. Istas autẽ sectiones alias quidẽ à Menęchmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Eratosthe nis Pentametrum: Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epigrama. Tres Lineas in quinq; sectionibus spiricas cùm inuenisset Perseus, harum causa Dijs sacrificauit.

Conicæ sectiones Spiricæ sectiones Quæ quidem tres Conorũ sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipsis. Spiricarum autẽ sectionum alia quidẽ implicata, inuolutaque est, equino similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spacium minus habet, ad vtranque autem partẽ dilatatur. Cæterarũ autem mistionum multitudo infinita est. Solidarũ nanque Figurarum innumera est multitudo, multiformesque ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dũ circulariter mouetur quandã determinatam facit Superficiẽ, neque etiã Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariè igitur si secentur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearũ, aliæ quidem similium partiũ sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliũ partium, quemadmodũ cęteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres

Tres solæ sunt Lineæ partium similium Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nẽpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidẽ in Plano simplices, vna verò mista circa So-

Theorema Gemini. lidum. Idq; euidenter Geminus demonstrat, cùm insuper demonstrasset, quòd si ad similium partium Lineã ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capessendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum, Hædere

Hederæq́ue ſimilium Linearum tradit. Nos verò ipſarum quidē cognomina, diuiſion-sq́ue cōmemorauimus, ad ipſarum inquiſitionem ingenioſos excitantes. Ad ſingularum autem inueſtigationem rationes diligenter perquirere, ſuperuacancũ in præſenti eſſe arbitramur. cùm Geometra ſimplices, primariaſq́ue duntaxat Lineas hic nobis aperuerit, Rectam quidem, in præſenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, eſſe Circunferentiam. Miſtę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit miſtos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas miſtas, Segmēta.ſ. atq; Sectores: Solidaſq́ue, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuſcuiuſq; tradidit ſpecies, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cùm arbitraretur opus eſſe in ſermonibus, qui de ſimplicibus habentur, ſimplices aſſumere ſpecies. reliqua .n. omnia, Lineis compoſitiora ſunt. Quamobrem nos quoq; Geometram ſequentes in ſimplicibus Lineis ipſarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit om Spiricarū, et Cōchoidū, & Hæderę ſimiliū Linearum.

Cur Euclides duas tātùm Lineæ ſpēs tradiderit

TEXTVS

Superficies autē eſt, quæ Longitudinem, & Latitudinē tãtùm habet.

Definitio quinta.

POſt Signum, & Lineā Superficies collocata eſt, quæ duplici diſtat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Craſſitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimenſione diſtante ſimpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tātùm] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in ſuperficie non exiſtente. hæcq́ue negationi Craſſitudinis æquipollet, vt hic quoq; Superficiei ad Solidum cōparatæ iuxta ſimplicitatem præſtantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione oſtendat: diminutionem verò, quam habet ſi ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipſis. Alij autem Corporis Terminum ipſam definiuerunt, idē propemodum dicentes. ſiquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna ſuperatur diſtantia. Alij verò, magnitudinem binis diſtantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant aſſignationem, idem declarantes. Superficiei autē cognitionem nos habere dicunt, cùm agros dimetimur, eorumq́ue extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem diſtinguimus: ſenſum verò quendam cape-

Cōm. 5.

Aliæ Superficiei definitiones.

Simile dixit de Lineæ ſuperficie, cō mentario 2.

re, vmbras inſpicientes. cùm .n. ipſæ ſine Craſſitudine ſint, eò quòd interiorem Terræ partem penetrare non poſſunt, Latitudinem tantùm, atque Longitudinem habent. Pythagorei autẽ Ternario ipſam aſſimilari dicebant. Quoniã ſanè omnibus, quæ in ipſa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima eſt cauſa, Circulus .n. qui Orbicularium principiũ eſt, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq; Circunferentia. Triangulũ autem cùm omnium Rectilineorũ principatum teneat, vndequaque manifeſtum eſt, quòd Ternario clauditur, & iuxta illum Formam ſuſcepit.

(Qua de cã Pythagorei Ternario Superficiem aſſimilari dicebant.)

TEXTVS

Definitio ſexta.

Superficiei verò Extrema, ſunt Lineæ.

Com. 6.

Digreſſio

EX his etiam tanquã imaginibus intelligendũ eſt, quòd omne proximum quolibet eorũ, quæ ſunt ſimplicius, Terminũ cuilibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationẽ perficit, atque determinat: & Natura, Corporũ Motionem; & ante hæc Mens, Animæ conuolutiones metitur: ipſiuſqúe Mentis vitam, Vnũ. illud .n. mẽſura omniũ eſt. Quẽadmodum ſanè in his quoque Solidũ quidem à Superficie, Superficies aũt à Linea, Lineaqúe à Signo terminatur. illud ſiquidem, Terminus omniũ eſt. In Formis igitur immaterialibus, rationibuſqúe impartibilibus Linea vniformis exiſtẽs, in Superficiei progreſſu variũ motum terminat, ac coercet, ipſiuſqúe proximè vnit infinitatẽ. In imaginibus aũt cùm Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminũ ipſi præbet. Siquis autẽ hîc quoque quærat quonam pacto omnis Superficiei Extrema ſint Lineæ, cùm non omnis etiam finitæ Extrema ſint. Sphęræ nanq; Superficies, terminata quidem eſt, non autẽ à Lineis, ſed à ſe ſe. Dicemus quòd accipiendo Superficiẽ quatenus duplici diſtat Interuallo, à Lineis ipſam terminari iuxta Longitudinẽ, Latitudinemqúe reperiemus. Quòd ſi Sphæricã inſpexerimus, ipſam vtique accipimus vt eam, quæ iã Figuram ſuſcepit, & aliam habuit qualitatẽ, & finem principio coniunxit, ex duobuſqúe Extremis Vnum fecit. & hoc potentia duntaxat vnum exiſtens, non autem actu.

(Vnũ hic, pro Deo.) (Dubitatio) (Solutio.)

Plana

TEXTVS

Plana Superficies est, quę ex æquo inter suas collocata est Lineas. Definitio septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planũ Superficiei ponere speciem, Cõm. 7.
verùm vtidẽ vtrunque assumere, ad Magnitudinẽ duplici Interuallo
distantem repræsentandã. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geome- Plato in 7
triam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in de Rep.
diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies.
Itidẽ admirandus etiã Aristoteles. At Euclides, & qui eũ secuti sunt, Aristo. in plurimis locis.
genus quidem Superficiẽ faciunt, eius verò speciem, Planum, quẽad-
modum Lineæ, Rectã. Quapropter Planum quoque seorsum à Su-
perficie definit, ad rectæ Lineę similitudinẽ. illã nanque spatio, quod
inter Signa collocatum est æqualẽ esse dicebat. Hancque similiter ait
duabus positis rectis Lineis locũ occupare spatio, quod inter duas illas
Lineas situm est, æqualẽ. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collo-
cata est Lineas, quã alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus Aliorum multæ Superficiei definitiones
suis constitutã dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea
congruit. At quidã fortasse dicant ipsam, breuissimã quoque eadem
Extrema habentiũ Superficierũ. Et cuius media obumbrant Extre-
ma, omnesque rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superfi-
ciem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidẽ Rectum, &
Circulare, & Mistũ à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt,
vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex In cõm. 4. Parmenides.
proportione. Ideo Parmenides etiã omnem ait Figuram aut Rectam
esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectũ in Superficiebus
considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si
autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistũ, Co- Documentum.
nicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autẽ (inquit Geminus.
Geminus) cũ Linea, itemque Superficies Mista dicatur, Mistionis
modum cognoscere, quoniã diuersus est. Neque .n. per cõpositionẽ Mistionis modus diuersus est in Lineis, & in Superficiebus.
tantùm, neque per Tẽperationem Mistio in Lineis est. Helix siqui-
dem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Cir-
cularis, veluti eorum, quæ per Compositionẽ mista sunt. neque etiã
si vtcunque secetur Helix simplicium imaginẽ affert, quod patiuntur Lineæ per Compositionem mistæ sunt.
ea, quæ per Tẽperationem sunt mista: verùm in ipsa, corrupta simul
Extrema, confusaque sunt. Quamobrem hoc quidem Mistionẽ esse

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Suberficiebus verò Mistio, neque per Cõpositionem est, neq; per Confusionẽ: sed potius per quandam Temperationẽ. Circulũ.n. in subiecto Plano intelligentes, & Signum sublime, à Signoqúe ad Circuli Circunferentiam rectam Lineam producentes, ipsamqúe rotantes, Conicã vtique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusqúe ipsam secantes resoluemus in simplicia. à vertice.n. ad Basim sectionẽ ducentes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea, Mistionis modũ haud per tẽperationem esse ostendit. neque.n. nos ad Elementorũ simplicem remittit naturã. Superficies autẽ si secentur, statim per quas etiã Lineas sint procreatę, nobis ostendunt. Modus igitur Mistionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficiebus idem non est. Quemadmodũ autẽ in Lineis erant quædã simplices, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiã nulla præcedente doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis artificiosa indigebant deprehensione: ita nimirum in Superficiebus quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarũ, atq; Sphæricarũ ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Mistionem cõstituuntur, scientia ipsa, eiusqúe ratio inuestigat varietatẽ. Hoc aũt admirabile in ipsis est, quòd scilicet à circulari quoque Linea, Superficiei Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq; contingere dicimus Superficiei. per Circuli.n. reuolutionẽ hæc intelligitur erecti permanentis, & circa idem Signũ, quod eius Centrũ non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut.n. in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra. Quòd si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua: si autẽ intra Circũferentiã, Implicita: si verò extra, Diuidua. Tresqúe sunt Spiricæ sectiones, iuxta hasce tres differentias. Verũtamen omnis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producitur, Circularisqúe motus. Fiunt aũt Superficies mistæ tum à simplicibus (vt diximus) Lineis, dũ huiuscemodi motu mouentur, tũ etiã à mistis. Cùm ergo tres sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axẽ conuertitur, Rectangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quę Sphęroidea nominantur. si circa maiorẽ quidem Axem conuolutio fiat, Oblongũ: si verò circa minorẽ, Latum. Ab Hyperbole demũ, Obtusangulũ Conoides. Sciendum autem est, quòd interdum quidẽ ex Lineis in superficierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrà: ex Conicis.n. Spiricisqúe Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas Lineas.

Error Theodori Mathematici.
Supficies per Tẽperationem mistę sint.
Com ort'
Pulchrũ.
Commune Lineis, & Superficiebus.
Admirabile Superficierũ proprium.
Spirę ort'
Tres sunt Spiræ.
1 Spira cõtinua.
2 Spira implicita.
3 Spira diuidua.
Tres sunt Spiricę Sectiones
Dupliciter fiũt mistæ Superficies.
Quatuor corpora, q̃ mistas sut Supficies, à trib' Conicis Lineis producuntur.
Ex eorũ Sup

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quòd Lineæ quidem partiũ similium tres sunt (vt superius dictũ fuit) Superficies verò duæ tãtùm. Plana, atque Sphærica. non autẽ Cylindrica quoque, siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt. Hæc de Superficierum quoq; differentiis à nobis dicta sint, quarum cùm vnã Geometra elegisset (Planã inquam) hanc vtique definiuit, in hacque vtpote subiecta, Figuras, harumque passiones contẽplabitur. copiosior nanque in hac ei est sermo, quàm in aliis Superficiebus. rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones. In aliis verò Superficiebus non omnia hæc inspici possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineũ Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorũ Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non immeritò igitur hãc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat. hinc nanque præsentem tractationẽ Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectũ, & ante oculos constitutum: cuncta verò in hoc Cogitationẽ describentẽ, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines.

ficies Conoides appellantur.
1 Rectangulũ Conoides.
2 Obtusãgulũ Conoides
3 Oblongũ Sphæroides.
4 Latum Sphęroides.
Secũda cõmunitas linearũ, & supficierũ
Scd'a diã Linearũ, & Superficierum.
In cõm. 4.
Duæ tãtũ similiũ p-tiũ Supficies sunt.
Cur Geometra Planã tantùm definuerit Superficiẽ
Quõ Planũ intelligendũ sit i Geometria.

TEXTVS

Planus autem Angulus est, duarum Linearum in Plano sese tangentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Definitio octaua.

ANgulum alij quidem veterũ Philosophorũ in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationẽ esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atq; Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidũ.

Cõm. 8.
Digressio
Triplex d' Angulo opinio.
1 opinio, q̃ est Euclidis.
2 opinio, q̃ Eudemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorũq; fundamentũ.

Solidum. Verùm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem generis Magnitudines, finitæ existentes, rationem adinuicem habent: Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad Rectilineum habebit rationem. Quæ autem adinuicem rationē habent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimè fieri potest. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Qualitas solùm est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quàm Magnitudinibus ęqualitas inest, & inæqualitas, omninoq́ue diuisibilitas: verùm similiter vtrisq; per se se accidunt. Quòd si ea, quibus hæc per se insunt, Quantitates quædam sunt, non autē Qualitates, manifestū est vtiq;, quòd Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis siquidem Magis, & Minus propriæ sunt passiones, non autē Aequale, & Inæquale. Non oportebat igitur Angulos ineqquales dicere, & hūc quidem maiorem, illū verò minorem: sed dissimiles, aliumq́ue magis Angulum, alium minus. Verùm quòd hæc aliena sint à Mathematicarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis Angulus est, ille verò minus. Tertiò si Angulus Inclinatio est, ac deniq; eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna existente Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si nihil aliud est quàm ipse Linearum, vel Planorum respectus, quî fieri potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Triangulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Triangularium Linearum inspicies Inclinationem: duos verò distinctos Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli: alterum verò, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtrunq; à iam dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat. Ceterùm, necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem, aut eorum, quæ sunt ad Aliquid. Nam Figuræ quidem Qualitates sunt, harū verò ad seinuicē rationes, eorum, quæ ad Aliquid. Oportet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci. Talibus planè Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum Inclinationē dicente, Apollonio verò Superficiei, vel Solidi in vno Signo sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem nostrum

Margin notes: Tertię opinionis cōfutatio. — In tertio Elem. propōne 16. — Secundæ opinionis cōfutatio — Primū argumentū. — Secūdum argumētū — Primę opinionis cōfutatio. — Argumentū in contrarium. — Propria opinio.

strum sequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se se esse: sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vnũ quoddam spectarunt. Non est autẽ Angulus duntaxat huiuscemodi, sed Triangulum quoq;. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeq́ue dicitur, & inæquale, vtpote materiæ ad ipsa ratione habẽs. Adest autẽ ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidẽ tam similia dicantur Triangula, quàm æqualia) hoc quidẽ ab alio, illud verò ab alio habẽs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidẽ indiget subiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiæq́ue Figuram. Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisq́ue constat omnibus Angulus, nec tamen Vnum aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atq; inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem. Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cùm peculiarẽ etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt; neq; vna Inclinatio vnicum perficere Angulum, siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hasce perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficiei, vel Solidi collectionẽ, vt Apollonius inquit, (cùm hæc quoque ipsius cõpleant essentiam) verùm nihil aliud esse, quàm Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisq́ue Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Lineã: ipsumq́ue Solidum ab inclinatis ad seinuicẽ Superficiebus collectũ. Vt Quantũ formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solùm, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cõmunem de omni Angulo præoccupantes contẽplationem, antequã in species ipsum diuidamus. Cùm autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quàm Linearum Fractionem. Quòd si Rectitudo Qualitas est, Fractio quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cùm in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autẽ, & quicunq; ipsum Inclinationem dixere, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enumrant. Quantitatem verò dixerunt ipsum, quicunque Angulum esse dicunt primũ

Destruit argumẽta quæ in ipsum reflecti possẽt.

Anguli Plani perfecta definitio

Anguli Solidi perfecta defõ.

Vniuersalis, & perfecta Anguli defõ.

Opinionũ distributio Eudemi sũ dementum in lib. suo dẽ Angulo

Euclides.

Plutarchi, & Apollonii aliud fundamétum.

primum ſub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiã eſt, Apollonium quoque in eandem compellens ſententiam . oportet .n. (inquit) eſſe aliquod Interuallum primum ſub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione. Imò cùm Interuallum,

Fũdaměti deſtructio Primũ argumentũ. Secũdum argumẽtũ

quod ſub Signo eſt, continuum ſit, fieri non poteſt, vt primum accipiatur. omne ſiquidem Interuallum, in infinitum eſt diuiſibile. Præter hoc etiam ſi vtcunque primum diſtinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autẽ Angulus vnus. Car-

Carpi aliud fundamentum.

pus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum eſſe ait, & diſtantiam cõprehendentium ipſum Linearum, vel Superficierum: hancq́ue vnico diſtantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam eſſe ipſum Angulum. non .n. omne, quod vnico diſtat Interuallo, eſſe

Fũdaměti deſtructio Finis Digreſſionis Angulorũ diuiſio.

Lineam. Hoc autem omnium abſurdiſſimum eſt, aliquam ſcilicet eſſe Magnitudinem, quæ vnico diſtet Interuallo, præter Lineam. verùm de his quidem ſatis, ſuperq́ue. Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios vero in Solidis conſiſtere dicendum. Et eorũ, qui in Superficiebus alios quidem in ſimplicibus, alios verò in miſtis. ı Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, ¿ in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in ſimplicibus conſiunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis conituuntur. facit .n. Angulos & ipſe Signifer, Aequinoctialẽ in duas iſſecans partes, ad Superficierum ſecantium verticem. ſuntq́ue in

Anguli Sphęrales

Sphærica Superficie huiuſcemodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à ſimplicibus comprehendũtur Lineis, alij autem à miſtis, alij verò ab vtriſque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypeiq́ue Linea Angulus comprehenditur: ſed harum vna quidem miſta eſt, altera

Angulus ex Clypei Linea. Linearum Ciſſoidum denoiatio. Angulus Ciſſoides. Angulus ex Hippopedis Lineis Tres ex Circũferẽtiis Anguli ſiunt. Angulus vtrinque cõuexus

verò ſimplex. Quòd ſi Clypeum Circulus ſecet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipſi comprehenſus. Cùm autem Ciſſoides, hoc eſt Hæderę ſimiles Lineæ, ad vnum coeuntes Signum, ſicut Hęderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à miſtis vtriq; lineis talis comprehenditur Angulus. Itidem cùm Hippopeda, hoc eſt equinæ ſimilis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna eſt, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque miſtæ comprehendunt Lineæ. Qui denum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à ſimplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rurſus alij quidem à ſimilibus ſpecie continentur, alij verò à ſpecie diſſimilibus. duę nanque Circunferentiæ ſeinuicem ſecando, vel ſe ſe cõtingendo, Angulos efficiunt. ipſosq́ue triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando ſcilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

uos,

quando vtraque Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut a recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehendũtur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui cõmune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autẽ, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talẽ, quòd duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinatio sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantùm, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autẽ hæc definitio primùm quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoides cùm vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoidem vocamus, non autẽ eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæ coẽuntes Angulum faciunt) totamq́ue Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cùm vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliã. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunque alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterã Inclinatio ipsum efficiet Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares iaceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus vtrinque cauus, vel Systroides.
Angulus Lunularis.
Duo sunt Anguli ex Linea recta, & circũferetia.
Angulus Semicircularis.
Angulus Cornicularis.
Tres ex rectis Lineis fiũt Anguli, de quibus inferius in cõ. 10.
Ponderat Euclidis dẽfinitionẽ.
Confutat Euclidis dẽfinitionem triplici fũdameto.
Primũ fundamentũ.
Secundum fundamẽtum.
Tertiũ fundamẽtum.

TEXTVS

Cùm autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint, Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defin. 9.

ANgulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

Cõm. 9. Digressio

K in

[Vniuersalis Anguli cõsideratio.] in diuinis generibus est, ordinisque diuisa in vnũ, & partibilia in impartibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cõmunitatẽ. copula .n. is quoque plurium Linearũ, Superficierum que fit, & Magnitudinis in impartibilitatẽ Signorum collector, & omnis, quæ per ipsum constituitur Figuræ cõprehensor. [Oracula.] Quapropter Oracula quoque Angulares Figurarum cõpagines, Nodos nuncupant, quatenus imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumque coniunctionum, perquas ea, quæ natura discreta sunt cohærent sibi inuicem. [Pulcherrima Angulorũ omnium cõsideratio.] Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis ĩmateriales ipsarum, & simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Solidis, eas, quę vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisque rebus cõmunitatem, & vndequaq; partibilibus, eiusdem naturæ constructionem suppeditant. [Angulorũ qui in Superficiebus.] Eorum autẽ, qui in Superficiebus, alij quidem primas ipsarum, ĩmitãtesque affingunt: [Angulorũ qui in Solidis.] alij verò eas, quæ infinitatẽ progressionum in ipsis existentium complectuntur. [Angulorũ qui in simplicibus Superficiebus.] & alij quidem intelligentium Formarum vnitrices: alij autem Sensilium Rationum: alij verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices. [Angulorũ qui in mixtis Superficiebus.] Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli causas imitãtur, quę intelligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq; ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumque Formarũ imagines sunt: [Angulorũ Circularium] [Angulorũ Rectilineorum.] Rectilinei verò eas, quæ sensilibus præsident, & Rationum in his existentium coniunctionem præbent: [Angulorũ Mixtorũ.] Misti autem, cõmunitatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiũ est igitur ad hæc respiciendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. [Pythagorei.] apud Pythagoreos nanque, alios Angulos Dijs alijs dicatos inueniemus, [Philolaus] quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsque alios consecrauit. necnon eundem pluribus Dijs, eidemque Deo plures, iuxta diuersas, quæ in ipso sunt potentias, permisit. [Asinæus Philosophus.] Ad quæ mihi videtur Asinæus quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod totius Elementorũ exornationis primaria est causa, [Vide idẽ superius cap. 9.] alios quidẽ iuxta Latera: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem, progressionem, atq; potentiã: hos autem, vniuersorum coniunctionẽ, progressorumque rursus in vnũ collectionem, suppeditãtes. [Solutio tacitæ obiectionis] At hæc quidẽ ad eorum, quę sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę hîc Angulũ cõtinere dicuntur, nil mirũ est. nam quod in his Vnũ, & impartibile reperitur, aduentitiũ est: in ipsis autẽ Deis, & ijs, quæ verè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cùm

TEXTVS

Cùm verò recta Linea super rectam consistens Lineam eos, qui sunt deinceps Angulos æquales adinuicem fecerit, vterque æqualium Angulorum Rectus est: & quæ insidet recta Linea, Perpendicularis vocatur super quam insidit. Desõ 10.

Obtusus Angulus est, qui maior est Recto. Desõ 11.

Acutus verò, qui Recto est minor. Desõ 12.

HAe sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoq; in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiũtur, Rectilineo iuxta diuisionẽ in species, hosce constituẽte Angulos, Rectũ (inquã) Obtusum, & Acutũ. Illo quidẽ per ęqualitatẽ, & identitatẽ, similitudinemqúe definito: his verò per Maioris, & Minoris naturã, ac deniq; per inæqualitatẽ, & diuersitatẽ, & per Magis, & Minus indeterminatè constitutis. At multi quidẽ Geometrę huiusce diuisionis nullã possunt reddere rationẽ, verũm vt suppositione hac quoq; vtũtur, tres .s. esse Angulos. Cùm autẽ de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionẽ ad principia referẽtes, nõ sunt inopes in reddẽdis huius quoq; Rectilineorũ Angulorũ differentię causis. cũ. n. principiorũ vnũ quidem per Finẽ subsistat, Terminiqúe, & idẽtitatis, & ęqualitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit: alterũ verò infinitũ existat, progressumqú in infinitũ, & accretionẽ, & decretionẽ, & inęqualitatẽ, & omnis generis diuersitatẽ a se ipso genitis tribuat, omninoqúe deteriori præsit seriei, iure sanè propter hæc cùm Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidẽ à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudineqúe præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemqúe manentẽ, neque accretionẽ, neque decretionem suscipientem: quæ verò ab Infinitate, cùm sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Cõm 10. Socrates i Repub.

Digressio

Pythagorici Geometrę reddũt cãm cur tres sint rectilinei Angul. ĩmis.

Infinitum

Rõ quæ à Fine prouenit rectũ efficit Angulũ.

Rõ, q̃ ab Infinito ꝓuenit Obtusum, & Acutũ ꝓducit Angulum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cùm vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiæ autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & īmutabilitas illis conuenit Dijs: Obtusos verò, atque Acutos Dijs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansę prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causę assimilatur. Quin etiam in ijs, quæ sunt, essentiæ quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurè igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiusdam .n. conuenientię, coniunctionisque naturæ, vel (vt Gręci dicunt) Sympathię distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatē.

Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, īmaculatæ potentiæ, & indeclinabilis, huiuscemodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cùm ipsi per se sint indefiniti, indeterminatique sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoq; dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius īmoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atq; Acutum, motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hęc de his, Definitionibus autem Obtusi, Acutique Anguli genus addendum est. vterq; .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verùm non omnis absolutè, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt, quidē

Rectili-neorū Angulorum pulcherrima ad Deos comparatio.

Rectili-neorū Angulorū ad ea, q̃ sunt, coparatio Pulchrum

Perpēdicu[illegible] [illegible] Euclid [illegible] 19.

Rectili-neorū Angulorū ad virtutē & vitiū cōparatio.

Epilogus.

Finis Digressionis Finitā no ta.dum.

& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorũ, Re-
ctis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet si- Secundum.
quidem Obtusum, Rectilineũ esse. Hoc itaque primùm adnotamus.
Deinde quòd Rectum Angulum cùm definire proposuisset, rectam
suscepit Lineã super aliam rectã Lineam stantẽ, & eos, qui deinceps
sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque
Acutum, non itẽ accipiens rectam Lineã ad alterutrã partem inclina-
tam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum
mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò
ad alterutrã inclinatæ partẽ, erant innumeræ: & non vnica tantùm, Rectus angulus non Rectorũ mensura ẽ, quẽadmodũ, & Inæqualium æqualitas.
quẽadmodũ Perpendicularis. Post hæc autẽ illud, quod dixt [An-
gulos æquales adinuicem] ad summã quandam Geometricam dili-
gentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æqua-
les alijs essent, nec tamen Recti. cùm autẽ æquales adinuicẽ sint, Re- Tertium.
ctos esse necesse est. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi
non videtur esse superuacanea, vt quibusdã non rectè visum fuit: sed Quartũ.
rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorũ Rectus
est, quia cùm sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta
Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrã partẽ, æqualitatis ambo-
bus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutè adinuicem
æqualitas, sed consequenter positio, vnà cũ æqualitate, causa est An-
gulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hîc quoque Auto-
ris nostri propositum in memoriã reuocandum censeo, quòd scilicet Quintum
de ijs sermonrm habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quã-
obrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed
eius, quę in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quę Solida appel-
latur, non est præsentis tẽporis definire. Quẽadmodum igitur Planũ
definiuit Angulum: ita etiã huiuscemodi Perpendicularẽ. quoniam
solida Perpendicularis non ad vnicã tantùm rectam Lineam, rectos
facere debet Angulos: verùm ad omnes, quæ eam tangunt, & in su-
biecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.

TEXTVS

Terminus est, quod alicuius Extremum est. Defõ 13.

TErminus non ad omnes magnitudines referẽdus est, Lineę nanq; Cõm. 11.

Termi-

Terminus est,& Extremum : verùm ad Spatia,quæ in Superficiebus sunt,& ad solida Corpora . nunc .n. Terminum vocat Ambitū , qui vnūquodque Spatium terminat , atque distinguit . huiuscemodiq́ue Terminum,Extremum esse definit . non eo modo,quo Signum,Lineę Extremum dicitur : sed eo,quo illud,quod includit,atq; excludit à circūiacentibus . Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit,per quam agros metiebātur,& Terminos ipsos inconfusos,distinctosq́ue seruabant,ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenere . Cùm itaq; externum Ambitum, Terminū Euclides vocasset,nō immeritò ipsum,Extremum quoq; Spatiorum definiuit. per hunc .n. quodlibet comprehensorum circūscribitur. Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē , Terminum , atq; Extremum ; ipsum verò Planum,quoddam Spatium: in cæterisq́ue similiter .

Geometria, q̄ ab initio fuit

Circulus est quoddā Planū spatiū.Cōtrariū vide superi' in cōm.1.

Def. 14.

TEXT.

Figura est, quæ ab aliquo , vel aliquibus Terminis comprehenditur .

Cōm. 12.

Figura multipliciter dicitur

Prima species Figuræ.

QVoniam Figura multipliciter dicitur , diuersasq́ue in species diuiditur,operępretium est primùm eius differentias inspicere : postea de illa Figura,quæ in hac proponitur definitione disserere . Est itaq; Figura quædam,quæ per mutationem constituitur,& à passione fit,dū illa,quæ Figuram recipiunt vexantur,vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt,vel alterātur, vel alias varias affectiones patiuntur . Est etiam Figura,quę ab Arte vtpote Fictoria,vel Statuaria fit,iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem , & venustatem illinc recipiente. Sunt autē his adhuc nobiliores, pręclarioresq́ue Figurę,Naturę opificia.alię quidē in ijs,quę sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes:alię verò in cœlis,quæ ipsorū potentias,& motus distingunt.per se se nanq; & adinuicē cęlestia corpora plurimā, admirabileq́ue exhibent Figurarū varietatē:& alias alio in tēpore formas ostēdunt,intelligētiū formarū imaginē afferentes:& suis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, īmaterialesq́ue Figurarū describunt potentias. Sunt autē rursus præter has quoque purissimæ,atque perfectissimæ pulchritudines , Ani-

Secūda.

Tertia.

Quarta.

marum Figuræ, quæ cùm vita quidem plenæ, per se seque mobiles sint, iis, quæ ab alio mouentur præexistunt: cùm verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, iis, que dimensionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialemque Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longe diuiniores sunt, quæ vndique quidem partibilibus essentiis præstant: vndiq; verò impartibili, Mentisque luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt; & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisque firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum imutationẽ ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & que exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidẽ Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicis suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra aliis alia circũambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuscemodi nanque characteres ignotas Deorũ patefaciunt vires; alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens; & alia quidẽ cordi similia, alia autem sphærica, alia verò aliis expressa Figuris: & alia quidẽ simplicia, alia verò ex pluribus cõposita formis: & alia quidẽ sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasque demum aliis attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationẽ. Cùm itaq; Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfecta supponere: & ante ea, quæ in aliis existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriã naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenustate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in aliisque subsistunt. Animarum autẽ, diuisione, & varietate, omnisque generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnà cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum liberę, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnẽ in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandique sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Figuras

Timæus. | Quinta. | Sexta, & vltima Figure spẽs oium pfectissima. | Theurgia | Digressio | Figurarũ oium consideratio. | Democriti opinio, & eius cõ

guras, producere (motus siquidem cùm imperfecti sint, principalem vtique, primariamqúe habere non possent effectuum causam : neque ex motibus contrarijs eædē sæpe fierent Figuræ. ex addiione nanq;, & detractione, eadem quandoque fiet Forma) verùm hęc alijs in generatione seruire censebimus, perfectionemqúe ipsis ab alijs primigenijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ materiæ expertes sunt Figuræ subsistere non possunt, illæ verò tantùm, quæ in materia sunt, subsistunt, vt quidam alicubi dicunt. At neque (vt alij aiunt) sunt quidē extra materiam, subsistunt verò secundum excogitationē duntaxat, & abstractionem. vbi .n. certitudo, & pulchritudo, & ordo Figurarum in ijs, quę per abstractionem subsistunt, incolumis seruari potest? eiusmodi .n. cùm sint, cuiusmodi sensiles, quàm longè ab inconuincibili, puraqúe deficiunt certitudine. Cùm autem suscipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenā hæc accipient? aut .n. à Sensilibus (verùm in illis non erant) aut ab Intellectilibus (verùm perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quod non est, omnium est absurdissimum. non .n. imperfectas quidem Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo subsistentes reliquit. nec fas est Animam nostram certiores, & perfectiores, magisqúe ordinatas producere Figuras, quàm Mens, ipsiqúe Dij. Sunt ergo ante sensiles Figuras, per se se mobiles, & intelligentes, & Diuinæ Figurarum Rationes. & nos excitamur quidem à sensilibus, proferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines sunt. & his sensiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diuinas, per Imagines cognoscimus. emergentes .n. se seque propagantes quæ in nobis sunt Rationes, Deorum formas ostendunt, vniformesqúe vniuersotum Terminos. per quos inexplicabiliter in se se cuncta conuertunt, in se seqúe continent. In Deis igitur cum egregia vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi, & cuncta inferiora constituendi vis. In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem eorum, quæ apparent potentiam habent: cognitionis verò, intelligētisqúe perceptionis expertes sunt. In Animis verò particularibus, immaterialis quidem intellectio est, & per se se agens cognitio: fœcunda autem, efficaxqúe causa, non est. Quemadmodum igitur Natura efficiendo Sensilibus præest Figuris, eodem modo Anima iuxta cognitricem sui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in speculo Figurarum Rationes. Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensqúe imagines earū, quæ intus existunt Rationum, per hasce quippe imagines prębet, Animæ intus conuersionem, ad se seqúe ab ipsis spectris actionē

futatio, vide ēt Ari. in lib. de sēsu & sēsili, & i li. de diuinatione per somnū.

Primū argumētum

Secūdū argumētum

Opinio ꝓpria.

Prima opinio, quæ ē Antiquorū, & eius cōfutatio.

Secūda opinio, q̄ est Stoicorū, & eius cōfutatio, vide ēt Ari. primo, & 13. Meta. & 2. Phy. 19.

Primū argumentū.

Secūdū argumētum

Propria opinio.

Qualis in Deis Figura sit.

Qualis in Naturis.

Qualis in Animis.

Pulchra Naturę ad Aiam cōparatio.

actionem. Exempli gratia, siquis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiuscemodique potentiam acceperit, ita vt denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinē admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se seque obiectis inserere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in vnionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cùm ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimuero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cùm autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primùm definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cùm enim ipsam vnà cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immeritò finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque suipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subijcitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quàm Figura, & Forma. ipsam siquidē terminar, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositū adijcit. cùm .n. hęc quoque Finis, & Infiniti duplicē progressum in proprijs Formis ostendat (quēadmodum etiā Anguli Ratio) vnū quidē Terminum, Formāque simplicē infert ijs, quę ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherrimum exēplum.

Applicat dictis exēplum.

Epilogus.

Vnū hic p Deo, vt ēt superius ī cōm. 6.

Finis Digresfionis

Geometra eā cōtēplaī Figurā. quæ in Phantasia est.

Ponderat Euclidis Defōnem

Qūo Figura, Finem, et Infinitū in ꝓpriis Formis ostendat

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate separans, ipsamque terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusque, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circunferentiam tantum ostendit. & alter quidem definit quod signratum est, quodque vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quabtitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euclidis obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Termino, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quòd genera quoque, formarum potentias in se so præoccuparunt. cumque priscæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem a formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cùm vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione complectitur. Verùm vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusúe causis perficitur? Dico sanè, quòd primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisque Misto. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto producit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Misti. Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles diriminitur partes. Vnde porrò ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figurarum in diuersas ipsarum dissecatur species. Circulus nanque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat; aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

Qualis sit Figura, q ab Euclid. definitur.

Cēsō Posidonii.

Cōparat Posidonii Defōnem Definitionē Euclid.

Duplex Circuli cōsideratio. vide et superius in comm. & in cō. 11.

Dubiū contra Euclidis definitionem. Argumentum.

Solutio.

Digressio. Causæ Figuræ efficientes Figuræ Rationis triplex ca prima.

Secūda cā q est prīa Totalitas.

Euclides i lib. de Diuisionibus.

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunque generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat vtique, donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quemadmodum illic Vnum, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sane ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtra rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaque propriè manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoque seorsum. Hanc itaque vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verùm qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secũda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas, per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoque nos exercentes efficimus, siquidem longè prius in principijs præextitit. Veruntamen ad hasce assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiusce modi sortita est ordinem, à torque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatæ sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrãgulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cã, quæ est accumulata Multitudo.

Quarta cã, quæ Numerus Ternarius.

Numerus est in Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.

Quita cã, quæ est secũda Totalitas.

Quõ Figura Dijs attribuatur.

TEXTUS

Defõ 15. Circulus est Figura Plana ab vna Linea cõprehensa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurã sunt, oẽs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem æquales sunt.

Defõ 16. Centrum verò ipsius Circuli id Signum appellatur.

Cõm. 13. Circulus ẽ oium Figurarũ pfẽctissima.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarũ Circulus est. nã Solidis quidem omnibus præstat, eô quòd in simpliciori loco existit: ijs verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finique, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportione respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuinioris esse naturę Circulum reperies. si .n. in cœlum, & Generationẽ vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularẽ, Generationi verò rectam assignabis. quicquid namque in generabilibus Circulare est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunuolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemque mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentẽ ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidẽ esse dixeris Circulũ, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionẽ ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationẽ Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlũ. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentẽ imitatur. Animę autẽ generatio, & progressus, secundum rectã fit Lineã. alias .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidẽ corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, similitudineque participare constitues. nam illud quidẽ cõpositum est, potẽtijsque varium, quẽadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligẽs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se seque agens. Vnde porrò Timæus quoq; cum vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularẽ, & informationẽ ab ea, quæ Mundo insidet Anima præbuit. Veruntamẽ quòd Circulus quidẽ vbiq; respectu aliarum Figurarũ primas tener, ex iam dictis manifestum est. Operępretium est autẽ totam quoq; ipsius seriẽ inspicere, desuper inchoantẽ, & vsq; ad inferiora desinentẽ, omniaque perficientẽ, iuxta eorum aptitudinẽ, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dijs itaq; conuersionẽ ad suas causas, atq; vnionẽ præbet, & hoc, quòd in seipsis maneant, à beatitudineque sua non discedant, summas quidẽ ipsorũ

Socrates i Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio

Circulus p̃fectionẽ reb. oĩbus præbet. Deis.

vnio-

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter colloeans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essentijs hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se seque intellectiones perficiant. omnis siquidē Mens intellectile sibi pro ponit, hocque tanquam Centrū est Menti: Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circunsiliēdi, redeundique iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes: rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstābūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit: iuxta verò moltitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mentē, similitudinem, equationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. Iis verò, quæ sub concauo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quod in generabilibus est ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque coanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibos reperitur similitudinem affert. ex seminibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt. & generatio ex ijs alternaōm perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrà: vt corruptio quoq; vnà cū generatione fit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modo fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circunuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium essentiis.

Animis.

Vnum hic pro Mēte.

Cœlestib. corporib.

Quatuor Elemētis.

Aialibus, & Plātis.

Iis, q̄ pter naturam fiūt.

Musæ i 8. de Repu. Socrat. in Repub.

ordo: vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Diis: sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē. Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cùm decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsque ad Denarium circunuoluitur. Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in iis, quæ fiunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur. cùm .n. multiplicantur, in se se desinunt. Progressionis igitur imago est multiplicatio, siquidem in multitudinem extēditur: Regressionis verò, exitus in eadem specie. Horum autē vtrunque Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas. Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes. Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit: alter verò omne femineum, & par, fœcundasque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam. Verùm hæc quidem hucusque terminata sint. Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndequaque existentem contemplabimur. Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sane finitus est, & ab vno Termino vndequaque comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Termino consociatus. Itemque Planū, quia cùm Figuræ vel in Superficiebus, vel in solidis spectētur Corporibus, Circulus planatū Figurarū prima est, simplicitate quidē solidis prestans, Vnitatis verò ad planas ratione habens. Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quòd Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit. Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes, quoniam earum etiam Figurarum, quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent: aliæ verò haud cunctas. Ellipsis nanque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipsamque incidentes, æquales sunt: verùm duæ tantùm. Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnam habet continentem, non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint. Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnius haud sunt Centra)

Marginal notes:
- Epilogus.
- Circuli pulchra in Numeris cōtēplatio
- Numeri Circularis cōteplatio
- Quinarius, et senarius mediū inter oēs numeros possidēt locū,
- Finis Digressionis Mathematicę Circuli definitionis contēplatio, & cōditiones.
- Prima cōditio.
- Secūda cōditio.
- Tertia.
- Quarta.
- Quinta.

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas: infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantùm Centri vim habet. Et quia vnū hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet nanq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quę ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit (eorum quę intra Figuram sunt Signorum) neq; hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum. siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; adiecit, quòd hoc Signum, quod vtique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli: nam duo tantùm huiuscemodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum: vorùm ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia; Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris; superior ipsius extremitas Polus est. omnes.n. quę ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterquę in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidquę tota Circularis Figura, hucusq; deteterminatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisquę Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluuntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaquę Circunferentia: ita sanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verùm vna quidem omnia sunt, permansio, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperies. Quòd si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cùm itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Sexta.

Defō Cētri.

Quid sit Polus Circuli, & eius defō.

Epilogus.

Digressio. Centri, & distātiarū a Centro, & Circūferētiæ in Exēplaribus cōtēplatio.

Qūo hæc cū illis cōmunicēt.

Qūo differant.

Pulchrum

Qūo inueniatur ille qui verè ē

Circulus, & vera Circularis natura.

niente abſtuleris, poſitionemq́ue ipſam, circa quã fit partitio è cõſpectu remoueris, eũ, qui verè eſt Circulus inuenies, ad ſeſe progredientẽ, & ſeſe terminantem, & in ſeſe agentem, & vnum & multa exiſtentem, & manentem, & progredientẽ, atq; regredientem: nec non ſui maximè impartibile, maximeq; ſingulare firmiter collocantem: prorſus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaq́ue eam, quæ in ipſo eſt infinitatem: ad vnum verò ſeſe exſeſe conuoluentem, per ſimilitudinemq́ue, & identitatem ad impartibilem ſui naturę, occultatricemq́ue in ipſo vnius vim ſe ſe excitantem. Quod porrò vnum eùm in gremio contineat, ac circumambiat, ipſum iuxta etiam ſui ipſius multitudinem æmulatur. quod nanq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, eſt tanquã Centrum, quod Interuallo diſtet, ad ſeſeq́ue annuit, Centrum ſuſcipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeq́ue progreſſus principium habuit, ibi terminare regreſſum. tale enim vbique Centrum eſt rei amabilis loco, atq; deſiderabilis, omnibus circa ipſum ſubſiſtentibus prępoſitum, omniumq́ue progreſſuum initium, & autor. Quam quidẽ rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à ſeſe ad Circunferentiam incidentes terminandó Lineas, æqualitatemq́ue ipſis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Idẽ ſuperius in principio huius comenti.

Cẽtri Mathematici ad cẽtrum intelligibile pulchra comparatio

Defõ Cẽtri ab Oraculis tradita.

Centrum eſt, à quo omnes vſq; ad Circunferentiam ęquales ſunt:
Et ad quod.

Verùm quòd quidem ſit diſtantiæ Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quòd verò Circunferentiæ medium, per particulam [ad quod]. hæc ſiquidem ex omni ſui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus eſt cauſam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemq́ue ſuſcepit, ſupremum vtiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis cauſæ aſſimilatur: Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantùm ad ſeſe infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea verò, quę infinitam iſtarum terminat extenſionem, ipſamq́ue rurſus cũ Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his conſtanti ſimilis eſt. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Prima cã, p quã Figura Circularis apparuit.

Orphei carmen

Infinitum autem ſecundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cùm enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudq́ue tanquã Centrum ſuæ habeat lationis, iure ipſo Circulariter agere dicitur.

Triadicus Deus.

Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progreſſio-

nis

nis etiam rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologicorumque maximè arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quòd prima quidē Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectilibus causas. Prima Figurarū circulus, & prima Rectilinearū Triāgulū. Epilogus.

TEXTVS

Dimetiens autem Circuli, est recta quædam Linea per Centrū ducta, quæ ex vtraque parte à Circuli Circunferentia terminatur, Circulumque bifariam secat. Defō 17.

Qvòd non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicuē Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogrāmorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verùm in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantùm. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consueuere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Com. 14. Quō differāt Dimetiens, & Diagonus, & Axis.

Hæc itaq; genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sane Dimetiens quoq; hæc tantùm vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neq; huius terminum transcendit: sed vtrinq; ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quòd bifariam quoq; Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminātur. Dimetiēs in circulo tātùm propriè dicit.

At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrū rectæ Lineæ transitus. cum.n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, æquum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoq; viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si.n. æqualis non est, vel intra cadit, vel Thales. Demōstratio.

extra: vtcunque autem se habeat, eueniet minorem rectam Lineam esse æqualem maiori. siquidem omnes à Centro ad Circunferentiam, sunt æquales. Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit, at hoc fieri non potest. congruũt ergo, & proinde æquales sunt. quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat. Verùm si vna existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitę verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum. hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem. Nos autem dicimus quòd secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita. nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantùm. & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat. Simul igitur cum vna Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitę erunt, & si in infinitum sumptę fuerint. Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt: verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia sunt. semper siquidem sumptę Dimetientes, finitę numero sunt. quomodonanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cùm Numerus ante Magnitudines sit, & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem prǫoccupet, semperquę partes, quę oriuntur determinet?

Dubitatio. Hac vtit obiectione Io. gra. in ho. contra Proc. Vide èt Simplicium 13. digressione contra Gra. in 8. phisico. Solutio.

TEXTVS

Defô. 18. Semicirculus verò, est Figura, quæ a Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipsa Dimetiente aufertur Circuli Circunferentia.

Defô 19. Centrum autē Semicirculi, idem est, quod etiam Circuli.

Côm. 15. EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quę sunt in Circulo Signis discrepantem. A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamque ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit. A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet: & quòd à duobus Terminis continetur, hisque semper differentibus, Recta scilicet, atque Circunferentia: & quòd Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens. siquidem minus quoq; Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaque continentur, non tamen hęc Semicirculi sunt. eò quòd Circuli diuisio, per Centrum facta non est. Cunctæ ergo huiusce modi Figuræ, bifor-

Figurę biformes.

biformes ſunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex Monadic⁹
diſsimilibus conſtant. qualibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis Circulus.
comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemad- Figuræ, q̃
modum Lunularis: vel a Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ à duobus
Figuræ: vel à duabus miſtis Lineis, veluti ſi duæ Ellipſes ſein- Terminis
uicem interſecent (Figuram ſiquidem claudent, quæ inter ipſas in- cōprehēdi
tercipitur) vel à miſta, & Circunferentia, ſicuti quando Circulus ſe- tur diuiſio
cat Ellipſim: vel à miſta, & recta, vtpote Ellipſis dimidium. Se-
micirculus autem ex diſsimilibus eſt Lineis, verùm ſimplicibus,
hisq́ue per appoſitionem ſeinuicem tangentibus. Antequam igitur Cur Eucli
ſermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo poſt Circulum, ad Bi- des Semi-
formem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam circulū in
ſpatium comprehendent. Recta verò, atque Circunferentia, duo hoc 1. lib.
poſſunt comprehendere ſpatia. & duæ Circunferentiæ ſimiliter, vel definiat, et
Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam non in 3.
Figuram perficientes, veluti ſi concentricos intelligas Circulos. quòd vbi definit
enim medium inter vtroſque intercipitur ſpatium, à duabus Cir- ēt ſegmen
cunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò ex- ta. ibi .n.
teriori, nullusq́ue ſit Angulus. non enim ſeinuicem interſecant, locus eſt
quemadmodum in Lunulari, & in vtrinque conuexa Figura. Cæ- proprius.
terùm quòd idem Semicirculi Centrum ſit, quod etiam Circuli, Figura Lu
manifeſtum eſt. Dimetiens enim Centrum in ſe ſe habens, Se- nularis
micirculum complet, ab hocq́ue omnes ductæ ad Semicircunfe- Corona
rentiam, ſunt æquales: hæc nanque pars eſt Circuli Circunfe-
rentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro Vtrinque
æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur eſt Semi- cōuexa Fi
circuli, Circuliq́ue Centrum. Et eſt adnotandum quòd ex omni- gura.
bus Figuris hæc ſola in ſuo Ambitu Centrum habet, ex omni- Notādum
bus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum
Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circu- tres habet
lo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibuſdam locos.
Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet
Centrum. Quid igitur hoc indicat, quatumùe rerum affert imagi- Digresſio
nem, niſi omnes Figuras, quæ à primis non prorſus diſceſſere, ſed
ipſis quodammodo participant, poſſe ipſis concentricas eſſe, eiſ- Duplici-
demq́ue cauſis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum ter Semi-
Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunfe- circul⁹ cū
rentiam. Proinde Centrum quoque eſt ipſis commune. Et forſan Circulo
aſsimilatur vtique Semicirculus ſecundis poſt ſimplicisſima prin- cōicat. Pulchra ſemicirculi cōſideratio.

 cipia

cipia coordinationibus, quę illis principiis participant: & per cognationem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamqúe ipsarum causam reducuntur.

TEXTVS

Defō 20. Rectilineę Figurę sunt, quę à rectis cōprehenduntur Lineis.
Defō 21. Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Defō 22. Quadrilateræ verò quæ à quatuor.
Defō 23. Multilateræ aūt, q̄ à pluribus q̄ quatuor cōprehendūtur Lateribus.

Cōm. 16.

POst Monadicam Figuram principii rationem ad omnes Figuras habentem, biformemqúe Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quàm si multiplicetur: Numerus verò contrà, plus si multiplicetur, quā si componatur: Binarius aūt siue in se se multiplicetur, siue componatur, ęquale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est; ita etiam Semicirculus iuxta quidem Basim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circunferentiā, cum Circulo. Progrediuntur aūt rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilaterę enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsqúe cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoq; sunt; verùm habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cùm autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minimè potuissemus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarumqúe duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum ēt primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius; ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterq; itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cùm de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogrāmis) in primo libro docturus sit, non īmeritò ad hæc vsque propriam statuit enumerationē; reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

[Margin notes: Idē ī superiori cō. — Quomodo Binari⁹ medi⁹ sit iter vnitatem, & Numerū. Quo Semicircul⁹ medius sit iter Circulū, & Figuras rectilineas. — Duplici q̄ causa duarum tantum rectilinearū Figurarum Euclides mentionē fecit. Prima causa. — Secunda.]

suffi

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendũ, quòd planarum Figurarum aliæ quidem à simplicibus continentur Lineis, aliæ verò à mistis, aliæ autẽ ab vtrisque. Et earũ, quæ à simplicibus cõprehenduntur, aliæ quidẽ à similibus specie, vt rectilineæ: aliæ verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmẽta, & Apsides, quæ Semicirculis minores sunt. necnon earum, quæ à similibus speciẽ continentur, aliæ quidẽ à Circulari cõprehenduntur Linea: aliæ verò à recta. Earum autẽ, quæ à Circulari Linea cõprehenduntur, aliæ quidẽ ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autẽ à pluribus continentur. Ab vna quidẽ, Circulus ipse. A' duabus verò, aliæ quidẽ deangulares, vt Corona, quæ à concentricis Circulis terminatur: aliæ verò Angulosæ, vt Lunula. A pluribus autẽ quàm duabus, processus in infinitũ. à tribus nanque, & quatuor, deinceps que Circunferentijs quædã continentur Figuræ, si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum intercipiũt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deinceps que similiter. Earũ autẽ, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidẽ à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autẽ à pluribus cõprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cõprehenditur, nec multò magis ab vna. Quapropter omne quidẽ spatium, quod ab vno Termino, vel duobus cõprehenditur, aut mistũ est, aut Circulare. Mistumque dupliciter, aut quoniã mistæ ipsum cõprehendunt Lineæ, quẽadmodum illud, quod à Cissoide Linea intercipitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiã Apsidẽ: dupliciter siquidẽ Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autẽ omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficitur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quòd autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quòdque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hisce peculiares sunt Dijs, qui feracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hasce præcipuè fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum Figurarũ diuisio.

Rectilineæ. Semicirculi, & Segmẽta, & Apsides.

Circulus. Corona. Lunula.

A duabus rectis Lineis spatium nõ cõprehẽdit. idẽ ĩ superiori com. & ĩferius ĩ 10. pronuntiato.

Figura dupliciter Mista dicitur.

Dupliciter fit Mistio. idem superius ĩ com. 7.

Digressio.

Vide superi⁹ cõ. 10. Generationẽ hic intelligit Elemẽtarẽ regionem. vide etiam in com. 13.

TEXTVS

Defo 24 T[illegible]laterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Latera habet æqualia.

25. [illegible]equicrus autem, quod duo tantùm æqualia habet Latera.

26 S[illegible]alenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27 Preterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

28. Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

29. Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cóm. 17. TRiangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum
Duplex Triangulorũ diuisio. verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autẽ ea, quę ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilineis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, est vtique in non rectilineis quoque Figuris.
Diuisio Triãgulorũ à Lateribus. Inquit igitur quòd Triangulorum alia Aequilatera sunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia: & rursus quòd Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectã-
Diuisio Triangulorum ab Angulis gulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quẽadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum; plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod vtiq; omnes habet Acutos. non .n. hic quoq; satis est vnicum habere Acutũ. cuncta siquidẽ Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulũ duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulũ
Cur Euclides duplicẽ Triãgulorum tradat Diuisionem. solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionẽ fecisse: quòd scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt .n.
Triangulũ Quadrilaterũ, quod Acidoides Triangula Quadrilatera, quæ (ἀκιδοειδῆ) hoc est cuspidis similia à Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (κοιλογώνια) hoc est cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, su-

perque

perque vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cōprehenditur Lineis, tresque habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiuscemodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit .n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nō est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumque formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici nanq; distant Interuallo, & vndequaq; partibiliū, varieque permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumque materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduenitium, coniunctionemque præbent. Iurè igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dijs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmētis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumque existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiā differentiæ ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguli que Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Caligonium appellatur.

Quadrangulū q. inquilaterū.

Digressio.

Pythagorei.

Timæus.

Attēde similitudinem pulcherrimā, & nota q. sit Aduētitius Angulus, quē Triāguli tres Anguli Lineis Triāgularibus præbet.

Philolaus quatuor Dijs Triāgulare Angulū cōsecrauit.

Quadripartita Elemētorū exornatio.

Saturnus.

Mars.

Pluto.

Bacchus.

Nota quę sint horū Deorū in inferiorib. operatiōnes.

Nota quæ sint horū

Deorũ ꝓpriæ naturæ. Cõfirmat Pytnagoreorũ, & Tımęi dıctum alia ratione. Finis Digressionis Documentum. Septẽ Triangulorũ sunt spẽs.

Obtusanguliq́ue Ratio formas materiales in magnitudinẽ auget, & in omnis generis mutationẽ. Acutus autem Angulus diuisibilem ipsorum naturã efficit: Acutanguliq́ue Ratio diuisiones ipsis in infinitũ fieri præparat. simpliciter verò Triangularis Ratio Interuallo distantem, & vndequaq; partibilẽ materialium corporum constituit essentiam. Tot quidẽ de Triangulis erant à nobis inspicienda. Ex hisce autẽ diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum species esse septẽ numero, nec plures, neque pauciores. nam æquilaterum quidẽ vnum est, cùm Acutangulum tantùm sit: reliquorum autẽ vtrunque est triplex. Aequicrus nanque aut Rectangulũ est, aut Obtusangulũ, aut Acutangulum: Scalenumq́ue similiter hanc triplicẽ habet differentiam. Si itaque hæc quidem tripliciter, Aequilatera verò vnico modo se habẽt, septẽ omnes Triangulorum species dicantur.

Digressio Aequilaterum Triãgulu Diuinis assimilatur Aĩs. Aequicrus melioribꝰ generibus

Rursus autẽ iuxta Laterum quoq; diuisionem, Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionẽ intelligas: nam Aequilaterum quidẽ æqualitate prorsus, simplicitateq́ue præstans, Diuinis cognatũ est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æqualitas, quẽadmodum & inferiorũ omnium Diuinitas. Aequicrus autem melioribus generibus, materialẽ naturam dirigentibus, quorũ maior pars quidẽ mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialemq́ue ĩmoderationem attingunt: Aequicrurium nanq; duo quidẽ

Scalenum Vitis partibilibus.

Latera æqualia sunt, Basis autẽ inæqualis. Scalenum verò, Vitis partibilibus, quæ vndequaq; claudicãt, se seq́ue præparant, cùm ad generationẽ tendant, refertæq́ue materia sint.

TEXTVS

Defõ 30. Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquilatera est, atque rectangula.

31. Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

32. Rhombus autem, quę æquilatera quidem, sed rectangula non est.

33. Rhomboides verò, quæ ex opposito Latera, & Angulos habens inuicem æquales, neque æquilatera est, neque rectangula.

34. Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Cóm. 18. Diuiſio Quadrilaterarũ Figurarũ ſecundũ Poſidonium.

QVadrilaterarum Figurarum primam diuiſionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipſarum, Parallelogrãma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, ſed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut .n. vtrãque habere oportet, æqualitatem ſcilicet Laterum, Angulorumq́ue rectitudinem: aut neutrum: aut alterũ, hocq́ue dupliciter. Quamobrem quadrupliciter conſtituitur Parallelogrãmum. Non Parallelogrãmorum autẽ alia quidem duo tantùm habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorſus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiuſcemodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hęc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura ſeptem nobis conſtituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum eſt: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: ſexta, Scalenum Trapezium: ſeptima, Trapezoides.

Septẽ sũt ſpẽs Quadrilaterarum Figurarum.

Verùm Poſidonius quidẽ perfectam in tot fecit membra rectilineorũ Quadrilaterorum diuiſionem, quippe qui ſeptẽ horum quoq; poſuit ſpecies, quẽadmodum etiam Triangulorũ. Euclides verò in Parallelogrãma quidem, & non Parallelogrãma diuidere minimè potuit, quippe qui neq; de Parallelis mentionẽ fecit, neq; de Parallelogrãmo ipſo nos docuit. Trapezia aũt, Trapezoideaq́ue omnia, cõmuni nomine appellauit, Trapezia ipſa deſcribens, ad eorũ quatuor differentiam, in quibus Parallelogrãmorum verificatur proprietas. hæc autẽ eſt ex oppoſito Latera, & Angulos æquales habere.

Euclidis Diuiſio.

Parallelogrãmorũ ꝓprietas.

Quadrangulum nanq;, & Altera parte longius, ipſeq́ue Rhombus ex oppoſito Latera, & Angulos habent æquales. Ipſe autem in Rhomboide tantùm hoc addidit, ne ſolis ipſum negationibus definiat, cùm neq; æquilaterũ ipſum dixiſſet, neq; rectangulũ. in quibus .n. proprijs caremus orationibus, cõmunibus vti neceſſarium eſt. Quòd verò hoc ſit cunctis commune Parallelogrammis ipſum oſtendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum eſſe Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verùm iuxta Angulorum duntaxat Obtuſitates, & Acumina. cùm illa rectangula ſint. ſi .n. Quadran-

In Propoſitione 34 primi. Documẽtum.

N gulũ,

gulum, aut Partealtera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios verò dilatari, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombo à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porrò si Circulus etiam in modum

Dubitatio

Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ijs etiam, quæ neque æquiangula, neq; æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest, ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum equilaterum] vel [Quinquangulum, quod equilaterum sit, atque æquiangulum] quasi possint hæc, talia quoq; non esse. Cùm verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterū

Solutio.

indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatij & iuxta Latera, & iuxta Angulos ſ Ter-

† optimū.

minatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præstans, iurè commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immeritò igitur cùm ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipuè diuinæ essentiæ afferre imaginem, purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam, Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dij ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminatique ordinis, & indeclinabilis potentiæ sunt autores, meritò Quadrangulari Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terrā constituat, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo didicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, fœcundasque suscipiat potentias, non iniuria hisce Dijs vitam largien-

Digressio Pulchra Pythagoreorū consideratio. Motus ab inequalitate emanat Quies aūt ab equalitate, idē in 1. lib. c. 13 Philolaus trib⁹ Deis Quadrangularē angulū cōsecrauit. Quadrangulū pximū Terræ est Elemētū. Idē su

gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Cereremq́ue ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesq́ue in ipsa esse genitrices causas. Terrestri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porrò Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisq́ue Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autẽ non latere quòd Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumq́ue in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumq́ue in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusq́ue Triadicus fœcundorũ quidem, efficaciumq́ue bonorum particeps, totam generabilium exornationem continent, in statuq́ue suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodeeagoni Angulũ Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumq́ue absolutè regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum autoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiores apprehensiones ijs ansam præbentes, qui intellectilium, occultarumq́ue essentiarum cognitionem cupiunt.

[Margin: perius ca. 9. vide ẽt Platonem in Timęo. Vide interpretem in Theogonia Hesiodi. — Quorũdã cõtẽplatio — Notãdum pulcherrimum. — Cõclusio. — Duodenarius est Iouis imperium. — Dodecagoni Angulũ Ioui Philolaus cõsecrauit cuius cãm vide etiã apud Pla. in 10. de Rep. & in Epinomide. et apud Proclũ in Thimæo, & apud Plutar. in op. de Placitis. — Epilogus. — Defõ 35.]

TEXTVS

Parallelæ rectæ Lineæ sunt, quæ cùm in eodem sint Plano, & ex vtraque parte in infinitum producãtur, in nulla parte sibi inuicem coincidunt.

QVę nam sint Parallelarum Elementa, quibusq́ue in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectę Lineę sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtraq; parte producuntur non coincidere, sed in infinitũ produci. & non Parallelę. n. si aliquatenus producantur, non coin-

[Margin: Cõm. 19. In ꝓpõne 27. & 28.]

N 2 cidẽt

cident. in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit. neque etiam hoc absolutè, verùm ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere. nam fieri potest vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò minimè. annuentes enim in hacce parte, plurimùm ab inuicem in altera distant. Causa autem hæc est, quoniam duæ rectæ Lineæ nullum spatium comprehendere possunt. quòd si ex vtraque parte annuant, hoc non accidet. Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano, rectè insuper acceptum fuit. si enim altera quidem in subiecto esset Plano, altera verò in sublimi, iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident. non tamen proinde Parallelę sunt. Vnum igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte sibi inuicem coincidant. his enim existentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt. & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas. Posidonius autem hæ Parallelæ sunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano: sed æquales habent omnes Perpendiculares, quę à Signis alterius ad alteram ducuntur. Quæcunque verò maiores semper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt. Perpendicularis siquidem Spatiorum altitudines, Linearumque distantias terminare potest. Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantiæ: maioribus verò, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior, & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Perpendiculares minores. Sciendum autem est, quòd ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas. Concentricorum hanque Circulorum Circunferentiæ non coincidunt: sed opus est etiam ipsas in infinitum produci. Hoc autem non solis Rectis, verum etiam alijs inest Lineis. possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi, quæ si vnà cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt. Hæc itaque Geminus ex his rectè diuisit, à principio dicens, quòd Linearum quidem aliæ sunt terminatæ, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque Ellipsis Linea, necnon Cissoides, & aliæ quàm plurimæ: aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producuntur, vt Recta, Rectanguli que Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoides ipsa. Rursus autem earum, quæ in infinitum producuntur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones: aliæ verò coeuntes, Figuramque facientes, in infinitum postea producun-

Duę rectę Lineę nullũ spatiũ cõprehendere possunt. Idẽ in cõ. 15. & 16. & hæc est cã cur nõ Parallelę ex vna parte in infinitũ ꝑduci possint.

Cõdõnes Parallelarũ rectarũ Linearũ.

Posidonij Parallelarum diffo.

Perpendiculares terminãt Spatiorũ altitudines, & Linearũ distantias: ideo ꝑpendiculari Figurarũ metimur altitudines, vt dictũ est superius in cõm. 10.

Notandũ.

Diuisio Linearũ secundũ Geminum.

ducuntur. Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ vtcunque productæ fuerint non coincidunt: aliæ verò coincidentes sunt, quę scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, aliæ quidem in vno sunt inuicem Plano: aliæ verò, minimè. Non coincidentium autem, in vnoq́ue Plano existentium, aliæ quidem æquali semper interuallo distant ab inuicem: aliæ verò interuallum semper imminuunt, quẽadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoides ad Rectam Lineam. hæ siquidem cùm imminuatur semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi-inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper distant interuallo, quæ sunt rectę Lineę, Spatium, quod inter eas positum est nunquam imminuentes in vno Plano, Parallelæ sunt. Tot etiam ab eleganti Gemini studio ad propositorum explanationem decerpsimus.

Admirabilem Geomet. Theorema. de quo ẽt inferius in cõm. 3. & 3 quarti. Hic quędã q̃ non sũt parũ momẽti animaduertemus in cõmentariis nostris.

FINIS SECVNDI LIBRI.

Procli

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.

De Petitione, & Pronuntiato Cap. Vnicum.

Cōtinuatio Libri.

In cap. 8. ſuperioris Libri.

QVVM Geometriæ principia trifariè diuiſa ſint, in Suppoſitiones, Petitiones, & Pronuntiata, quæ nam inter hæc ſit differentia in ſuperioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius differere in præſentia propoſitum nobis ſit, quandoquidem & de ijs præcipuè nunc ſermonem habeamus. Suppoſitiones ſiquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis expoſuimus. Commune igitur eſt tam Pronuntiatis, quam Petitionibus nulla egere demonſtratione, neque Geometrica fide: ſed tanquam manifeſtas accipi, cæterorumq́ue principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus diſtincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta conſequitur perſpicere, ac cognoſcere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem ſanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per ſe ſe cognitu manifeſta ſunt, noſtriſq́ue indoctis notionibus ſunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunq; factu, comparatuq́ue facilia ſunt, cùm in illis accipiendis Cogitatio nō defatigetur, quæq́ue nulla egent varietate, & nulla Conſtructione. Euidens ergo, & indemonſtrabilis cognitio, inconſtructaq́ue ſumptio, Petitiones, à Pronuntiatis diſtinguunt. quemadmodum etiam demonſtrans cognitio, Quæſitorumq́ue vnà cū Conſtructione ſumptio Theoremata, à Problematibus ſeiunxit. vbique .n. principia, ſimplicitate, & indemonſtrabilitate, atque eò quòd per ſe ſe fidem faciunt, ijs, quæ poſt principia ſunt præſtare oportet. vniuerſaliter ſiquidem (inquit Speuſippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decurſu profert, & ad futurā inquiſitionem

Cōmunitas Petitionū, & Pronūtiatorum ex ſententia autoris, et Gemini. Eorū differentia.

Speuſippus.

nem præparat, euidentioremque horum habet apprehensionẽ, quàm obiectorum visus: alia verò cùm statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquã euidens, factuque facile suscipit. Cùm enim indecliui Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quòd nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio describit. Siquis autem vnius reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione: varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoq; methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionẽ. dicet .n. Geometrica Mens quòd cùm ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signũ; quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnius reuolutionis Helicẽ descripsi. cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodẽ Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cùm Circulos æquales descripserim, & à cõmuni sectione ad Cẽtra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebo Triangulum. Multũ itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur. nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi; propter aggredientium habitus euenit: prorsus verò Demõstratione egere, atq; Constructione, propter Quæsitorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidentia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verùm Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandã materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddã aliud eorũ, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidẽ generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autẽ iam dicto modo. vtrũque .n. principium est indemonstrabile, verùm hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones

Exẽplum.

Helicis Planę generatio.

Aequilaterì Triãguli cõstitutio.

vocan-

Archimedis, & aliorũ opinio. Prima Petitio Archimedis i lib. Aequipõderantium.

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsita omnia. Archimedes nanque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) æqualia Grauia ab æqualibus Longitudinibus eque ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatum potius quispiam appellarit: alij vero omnia, Pronuntiata vocant, queadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur)

Aliorũ opinio, de qua vide ẽt in superiori libro cap. 8.

proportionem a proprijs nominibus, ad communia transfere. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiato. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quòd Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidẽ, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus vtitur quod cõmune est suæ accomodans materiæ. Aristoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cùm demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tãquam principium tamen suscipi: Pronuntiatum verò, per sese indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cùm sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantũ Petitionem à Pronũtiato distinguit, manifestum est, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio. nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò secundam non erit Pronuntiatũ illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nũc tanquam Pronuntiatum adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

Vt Problema a Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiato differt. Idẽ in principio capitis.

Aliorum opinio de differẽtia Petitionũ, & Pronũtiatorum.

Aristotelis opinio de differẽtia Petitionis, & Pronuntiati quæ videẽt ĩ superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25.

Iuxta primã differentia nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus cõnumerari debent.

Iuxta secũda differentiam nõ est Pronuntiatũ, illud, quod vltimũ in

gulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quę per demonstrationẽ quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. rectè enim Geminus animaduertendo adnotauit, quòd alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia asignare? nam quòd rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quòd non prorsus quicunque Recto æqualis, Rectus est, perspicuè ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Geminus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneè. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitate metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Aequales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmar, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiuscemodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

O scië-

Pronuntiatis enumeratur. Quæ sint Petitiones, & q̃ Pronuntiata ex Arist. sentẽtia.

Reprehẽdit Apollonium iuxta Arist. et Gemini sentẽtia.

Reprehẽdit Euclidẽ iuxta Gemini, et iuxta ꝓpriã sentẽtiã, quippe q̃ quartã, & quintã Petitionẽ, malè i Petitionibus enumerauit.

In Propositione 17 primi Elementorũ.

Hoc inferius ostenditur in cõment. 2.

Iuxta Gemini sentẽtiã excludit a Pronuntiatis vltimũ ꝓnuntiatũ.

Epilogus.

Pronũnatorũ, et Petitionũ diuisio, per quã 2. opinio d' dr̃ia Petitionis & Pronũtiati, cõfutatur.

scientijs, aliæ verò cõmunes omnibus. nam illam quidẽ, quę petit diuidere Numerũ in partes minimas, peculiarẽ Arithmetices Petitionẽ esse dixeris: quæ verò omnem rectã Lineam finitã in directũ producere, Geometrię: quæ autẽ Quantitatem in infinitum augere, ambabus cõmunem. Numerus nanq; & Magnitudo possunt hoc pati.

Quātitas hic cõiter p̱ genere accipitur.

PETITIONES.

TEXTVS

Petitio 1. Petatur ab omni Signo ad omne Signũ rectam Lineam ducere.

Secũda. Et rectam Lineam terminatam secundum continuum in directum producere.

Tertia. Et omni Centro, & Interuallo Circulum describere.

Cõm. 1. TRes istę tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemîni sententia necessariò collocandæ sunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectã Lineam ducere, eam consequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum esse ait, & Rectam indecliuem, atq; inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui, breuissimoq́ue motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta est, nilq́ue varium intelleximus. Si autem cùm Recta ipsa Signo terminetur, similiter ipsius Extremum breuissimo, indecliuiq́ue motu moueri intellexerimus, secunda Petitio à facili, simpliciq́ue apprehensione comparata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod manet, secundum reliquũ, tertia porrò facta erit. nam Centrum quidẽ, est Signum id, quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distantia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus adhibemus, imobilibus existentibus, quõ autẽ impartibilia mouemus (hęc.n. minimè fieri posse) eum rogabimus non passim molestũ esse, si memoria tenet ea, quę in principio demonstrata fuere. quòd vtiq; Rationes eorũ, quę in Phantasia iacent, omnes ibi describũt Cogitationis imagines, quarũ Cogitatio ipsa rationẽ habet. Tabella .n. non scripta, huiuscemodi Mens est, vltima, atq; passibilis. At nulla apud nos oratio hęc. Mẽs.n. illa, quæ recipit species, aliunde per motũ ipsas recipit. & motum quidẽ non corporeum, sed imaginarium intelligamus. impartibiliaq́ue corporeis moueri motibus minimè cõcedamus, verùm imaginarios pati decursus. Etenim Mens impartibilis existens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

Dubitatio.

Solutio.

Mens vltima, & passibilis, & q̃ recipit species, idẽ in superiori lib. cap. 1.

Impar-

Impartibile, proprium habet motum. nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deferimus. A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur. siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur. locus enim eorum quidem, quæ cum dimensione sunt, dimensionem habet & ipse: impartibilium verò nullam habet dimensionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantasia excogitantur: necnõ alius partibilium est locus, & alius impartibilium. Oportetque hæc distinguendo, rerum essentias non confundere, neq; perturbare. Videtur autem harum trium Petitionum prima quidẽ, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ sunt, in suis causis cõtinentur impartibilibus existentibus, ab ipsisque terminantur: & q; etiam prius quã constituantur, vndequaq; ab ipsis comprehensa sunt. nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur. Secunda verò, qũo ea, quę sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationẽ in illis seruantia, quę tandem ab ipsis nõ abripiuntur: sed propter infinitę potentię causam, vbiq; permeare conãtur. Tertia aũt, qũo ea, quę progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur. Signi.n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regressum. Scire aũt oportet q; in infinitum produci non omnibus inest Lineis. neque.n. Circulari, neq; Cissoidi, neq; omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neq; illis, quę nullam faciunt Figuram. neq;.n. vnius reuolutionis Helix in infinitũ producitur. nam inter duo Signa constituitur. neq; vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt. At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est. non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digressio.

Finis Digressionis Documẽtum.

TEXTVS

Et omnes rectos Angulos sibi inuicem æquales esse.

Petitio 4.

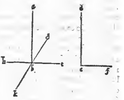
Cõm. 2.

PRæſens Petitio ſi quidem tanquam manifeſta, nullaq́ue egens demonſtratione à nobis cõceditur, Petitio quidẽ non eſt ex Gemini ſententia: ſed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per ſe accidens dicit, nihil ſimplici notione facere iubens. verùm neq; etiam iuxta Ariſtotelis diuiſionẽ Petitio eſt. Petitio enim ex ſententia illius aliqua indiget demonſtratione. Si verò demonſtrabilem ipſam eſſe dicimus, ipſiusq́ue demonſtrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta Gemini ſententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq; ſecundum etiam noſtras communes notiones rectorum Angulorum æqualitas. Cùm .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad Angulorum, qui vtrobiq; ſunt accretionem in infinitum, atq; decretionem, reſpectu cuiuſcunq; Recti æqualis eſt. etenim primum rectum Angulum hoc modo conſtituimus, ſtantis rectæ Lineæ, ſuper quam ſtetit vtrobique Angulos, æquales faciendo.

Excludit quarta Petitio à Petitionũ numero, tũ iuxta Gemini, tum iuxta Ari. ſententiã. idẽ ſuperius cõ. 1. hui᷒ libri.

Demõſtratio quartę Petitionis

Si autem demonſtrationem quoque Linearem de hoc afferre oportet, ſint duo recti Anguli vnus a b c, alter d e f.



Dico quòd æquales ſunt. ſi .n. non ſunt æquales, alter ipſorũ ſit maior, vtputa qui ad Signũ b. Si igitur Linea d e, ad Lineã a b adaptetur, Linea e f intra cadet. Cadat vt Linea b g, & producatur Linea b c vſq; ad Signum h. Quoniã igitur Angulus a b c rectus eſt, Angulus quoque a b h rectus erit, & ſibi inuicem erunt æquales. habemus .n. in Definitionibus quòd rectus Angulus ei, qui deinceps eſt Angulo æqualis eſt. Angulus ergo a b h maior eſt Angulo a b g. Producatur rurſus Linea g b vſque ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus eſt, & qui deinceps eſt Angulus, rectus erit, ac propterea ipſi a b g æqualis. Angulus igitur a b k Angulo a b g æqualis eſt, quapropter Angulus a b h, Angulo a b g minor erit, ſed erat etiam maior, quod fieri non poteſt. Non eſt igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expoſitoribus oſtenſum fuit, & non multa egebat conſideratione.

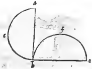
In 10. definitione.

Pappi documentũ

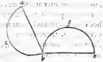
Pappus verò rectè nos animaduertit quòd huius Petitionis conuerſa, vera non eſt, nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum eſſe. verùm ſi rectilineus fuerit, abſque dubio Rectum eſſe. Poſſe autem curuilineum

quoq;

quoq; Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quòd huiuscemodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectã rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem neq; rectilineus. Intelligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales a b, & b c, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ipsisque Semicirculi, Centro, & Interuallo descripti a e b, & b f e. Quoniã itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cõgruent, & Angulus e b a æqualis est Angulo f b c. Cõmunis apponatur reliquus, nempe e b c. In 10. definitione.

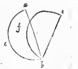


Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet e b f, Cornicularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus a b c, æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quòd in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea c b, & b e Circumferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea c b, Circunferentiam b e secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itaq; descripta sint. quæ quidem ostendunt & quòd omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quòd non omni no Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si neq; rectilineus est, quo nam pacto rectum quis ipsum dicet? Manifestum autẽ est ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata est, quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo: ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt. Documẽtum. Idẽ vide in 2. libro cõm. 10.



Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem. quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est.



Petitio 5.

TEXTVS

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadẽ parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitũ producantur coincidere, in ea parte. in qua sunt Anguli duobus Rectis minores.

Cõm. 3. Ptolemę9 in Lib cui titulus est, à minoribus duob9 rectis productas coĩcidere. In 17 propõne primi Elem. Quorũdã obiectio. Gemini responsio Aristo. 1. Ethi cap. 3 idẽ et supertius i 1. lib. c. 11. Simmias i Phędone Platonis. de quo vide et Plu. in vita Periclis.

HAnc penitus è numero Petitionum delere oportet. Theorema.n. est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cõuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit. Fortasse autẽ quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorũ diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet. Ad quos Gemînus rectè respondit dicens, quòd ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentẽ, ad Geometricas rationes capessendas. simile .n. est, inquit etiã Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare. & qui apud Platonẽ Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio. Et hîc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dũ producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autẽ necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quòd in rectis Lineis hoc verum est. nã esse quidẽ quasdám Lineas in infinitum quidẽ annuentes, nunquam aũt coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verũ est, & in alijs Lineæ formis obseruatum fuit, Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis fit Lineis? antequam .n. per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam afferunt. Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitã-

Idẽ in fine secundi libri.

tes

tes valde mordaces essent, quomodo nõ eò magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verùm quòd quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demõstrandum ipsum sit, quibusq́ue rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturus est, tanquàm manifesto vtens. tũc enim necessarium est ipsius euidentiam ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verùm per demonstrationem manifesta fit.

Excludit oino Petitio hæc è numero Petitionũ.

PRONVNTIATA.

TEXTVS

Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Primũ p̄nuntiatũ
Et si æqualibus æqualia adiciantur, tota sunt æqualia. 2
Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia sunt. 3
Et si inæqualibus æqualia adiungantur, tota sunt inæqualia. 4
Et si ab inæqualibus æqualia demãtur, reliqua inæqualia sunt. 5
Et quæ eiusdem duplicia, sibi inuicem sunt æqualia. 6
Et quæ eiusdem sunt dimidia, æqualia sunt adinuicem. 7
Et quæ sibi met ipsis congruunt, adinuicem æqualia sunt. 8
Et totum est sua parte maius. 9
Et duæ rectæ Lineæ spatium non comprehendunt. 10

HAec sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicãtur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediatę propriè sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidẽ omnem simplicem enuntiatricem Orationẽ, Pronuntiatum appellare consueuerunt: cumq́ue dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis disserere dicunt. Accuratius autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseq́ue propter euidentiam fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsiq́ue Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & communis

Cõm. 4.

Idẽ in 2. libro cap. 8.

Aristo. & Geometrarũ opinio: idẽ in lib. 2. cap. 8.

Dānatur Apolloni' qui Pronūtiata demōſtrauit idē ſuperius i c. 1. huius lib.

In demōſtrabilia à demōſtrabilibus natura differūt. & eorū ſcię diuerſę ſunt idē Ariſt. 1. poſt. t. 5. & 6.

nis notio. Multum igitur abeſt vt nos Apollonium Geometram laudemus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonſtrationes ſcripſit, quippe qui ex oppoſito Euclidi fertur. nam hic quidem & demonſtrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonſtrabilium quoque demonſtrationes inuenire conatus eſt. Hæc autem natura ab inuicem differunt, ſcientiarumque genus diuerſum eſt. earū inquam, quæ ſunt circa immediatas propoſitiones, quę omnino propter euidentiam in noſtram cognitionem eadunt: & earum, quæ demonſtrationibus vtuntur, quę principia ab illis accipiunt, eumque acceperint in proprijs concluſionibus decenter vtuntur. Quòd autem primi Pronuntiati demōſtratio, quam Apollonius inueniſſe ſibi perſuaſit non magis eognitum concluſione Medium habet, imò etiam magis dubium, cognoſcere quis poterit ſi & paululum in ipſam inſpexerit.

Apolloni demō.

Sit enim (inquit) a æquale ipſi b, & b ęquale ipſi c, dico quòd etiam a ipſi c æquale eſt. Cùm enim a ipſi b æquale ſit, eundem occupat locum, quē b. & quoniam b ipſi c ęquale eſt, eundem, quē & ipſum occupat locum. & a igitur eundē occupat locum, quem c. ęqualia igitur ſunt. In his itaque duo præaſſumpſiſſe oportet. vnum quidem, quòd quæ eundem occupāt locum, ſibi inuicem æqualia ſunt: alterum verò, quòd quæ eundem, quem idem occupant locum, & a diuicem eundem occupant locum.



Quòd autem hæc præſenti Pronuntiato obſcuriora ſint, manifeſtum eſt. quomodo enim quæ eundem explent locum æqualia ſunt? ſecundum Totum, an ſecundum partem? vel ſecundum Rationis figurationem? Propterea non omnino admittendum eſt, ad locum tranſire, qui ijs, quę in loco ſunt ignotior nobis eſt. difficilis enim, atq; ambigua eſt eſſentiæ ipſius inuentio. Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquā immediata, ac per ſe manifeſta tradēda ſunt, eùm per ſe nota & credibilia ſint. qui enim ijs, quæ manifeſtiſſima ſunt demonſtrationem afPría Pronūtiatorū ꝓprietas.

Pría Pronūtiatorū ꝓprietas.

Secunda Pronūtiatorum ꝓprietas

fert, non cōfirmat veritatem, quę de ipſis eſt: Sed minuit euidentiam, quam in indoctis prenotionibus habemus. hoc autem de Pronuntiatis præaccipiendum eſt tanquam proprietatis ipſorum arbitrium. & quòd omnia communis Mathematicarum ſcientiarum generis ſunt, & non ſolùm in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari dicitur, verùmetiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus. hocque neceſſarium eſt. Aequale enim, atq; Inæquale: & Totum, atq; pars;

&

& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam euidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptum fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vtitur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horũ etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantùm posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometræque passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis cõgruunt ęqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiã alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium nõ comprehendere, cùm Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cùm ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem ęqualia; propter ęquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solùm duplicia, verùm etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quędam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adijciantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus ęqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorũ, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adijciãturque ipsis inæqualia c, d, sit autem c maius d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d, a f ipsi b d ęquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantùm superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursus sint inæqualia c, d, adiunganturque ipsis ęqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quoniam



Qũo ex cõmunib^9 principijs ꝓpriæ fiãt conclusiones. idem superius cap. primo.

Herõ tria tm Pronũtiata posuit.

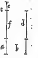
Resecat sextum, & 7. & 10. Pronũtiatum.

Pronũtiata comunis sũt generis. idẽ superius. cap. 1.

Quædam alia Pronuntiata quę à Pappo adducuntur.

Demonstratio primi Pronũtiati a Pappo adiecti

Demõstratio secũdi.



niam igitur a æquale est ipsi b, & ipsi d, a f ipsi b d erit æquale. totum igitur a c, ipsum b d, ipso e tantùm excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat. Hæc itaque, iã dicta Pronuntiata consequuntur, & non immeritò in pluribus exẽplaribus prætermittuntur. Quotcunq; autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta fuere, illasque consequuntur. Verbi gratia, quòd omnes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem congruunt. quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemodi habent naturam. Et quòd Lineam quidem Signum, Superficiem autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diuiduntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quòd Infinitum in Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem vtrunque. nam omne continuum diuidi, augerique in infinitum potest. Verumenimuero quoniam de his quoque summatim diximus, reliquũ est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus. hucusq; enim principia se extendunt. Eorum autem, qui aduersus Geometriam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt, quippe qui † partes nullam habere subsistentiam ostendere conati sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidẽ omnem quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab alienã regione, fœcundaque Philosophia demolientium, quemadmodum Pyrrhoniorum Philosophorum: aliorum verò Geometrica tantùm principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem cùm principijs iam permisissent, non posse inquiunt ea, quæ principia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis concedatur, quod in principijs præceptum non fuerit. hunc. n. contradicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicureus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiã integrum scripsit librum, imbecillem totam ipsius opinionem ostendens. † Verumenimuero causę illę, quę de principijs ratione reddi poterãt modicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se coniunctæ sunt. Zenonis aũt infestum accessum paulò post considerabimus. Nunc verò cùm Theorematũ, Problematumq́ue sermonẽ & de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis fiunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum, quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchriora quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes, infinitamq́ue ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes: ea verò,

Reliqua ex definitionib⁹ manifesta sunt.

Eorũ, qui cõtra Geometriam instant diuisio.

† Terminos.

Stoici, quorũ opinionẽ vide in lib. secundo com. 1.

Pyrrhonij Philosophi,

Epicurei.

Zeno Sidonius.

Liber Posidonij aduersus Zenonem.

† Verum enimuero, qui de principijs diuersi inter se afferũt sermones, moderatè à nobis ex iis, q̃ præcedũt absoluti sunt. In comẽt. sequenti.

Propositũ Autoris i sequẽtib⁹.

ro, quæ magis artificioſa ſunt, & methodis ſcientiam parientibus plena tradentes, accurateq́ rerum tractationi magis, quàm Caſuum, Sumptionumq́ue varietati incumbentes, ad quæ vt plurimùm iuuenes currentes videmus.

Iuuenes ad Caſuũ, Sumptionũq; varietatẽ libẽter currunt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.

TEXTVS

Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod æquilaterum eſt, conſtituere.

Propoſitio prima Problema primum.

QVum omnis ſcientia duplex ſit, & alia quidem circa immediatas Propoſitiones verſetur, alia verò circa ea, quę ex illis oſtenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia conſequuntur ſuam euoluat tractationem, hæc rurſus in Geometricis ſermonibus ſeipſam in Problematum quidem peractionem, Theorematumq́ue inuẽtionem diuiſit. & Problemata quidẽ appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non ſunt, comparare, manifeſtare, ſtruereq́ue proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod exiſtit, vel non exiſtit, perſpicere, cognoſcere, ac demonſtrare ſtatuit. nam illa quidem Ortus, & Poſitiones, & Applicationes, & Deſcriptiones, & Inſcriptiones, & Circumſcriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaq́ue huiuſcemodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ ſubiectis per ſe inſunt perſuadere, demonſtrationibusq́ue conuincere enituntur. de quibuſcunque .n. Quæſitum fieri poſſibile eſt, de iis omnibus Geometriæ eſt ſermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipſum [quid eſt] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quęrit: vel intelligentiam, & ipſam ſubiecti eſſentiam. dico autem, verbi gratia, cùm quærat, quæ ſit ſimiliũ partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiuſcemodi Lineę definitionem inuenire deſiderat, quòd ſimilium partium Linea eſt, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipſas Linearum partium ſimilium ſpecies ſuſcipere, vtputa quòd aut Recta eſt, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5. Sciẽtia duplex.

Differentia Problematum, et Theorematũ. idẽ in primo cap. huius Libri.

Munus Problematis.

Munus Theorematis.

De quib⁹ Geometrię ſit ſermo.

Geometria q̃rit quatuor ea, quę q̃ri ſolent.

Geometria q̃rit ipſũ Quid eſt, dupliciter.

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut possibile: & quousque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipsum [quale quid est] cùm enim per se accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis consideret, manifestum est quòd ipsum [quale est] ibi quærit. At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Amphinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquisitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non est quærere qua de causa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula solida æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc inuestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogismus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantùm inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rursus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum manifesta est: si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuò & ipsum [propter quid] manifestum fit. Verùm de Quæsitis quidē hęc sufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet, Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē, Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositio quidem in quit quo existente Dato, quid Quęsitum sit. perfecta enim Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, seorsum Quęsitum quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quę Dato desunt ad Quæsiti venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritè ex cōcessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. & omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt: maximè autem necessariæ, & in omnibus existentes, Propositio, Demonstratio, & Conclusio. nam oportet & Quæsitum precognoscere, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, harumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum.

Quō Geometria q̄rat ipsum Si est.

Quomodo, Quale quid ē.

Respō det Procl cōtra Amphinomi, & Ari. sentētiā, ex sententia Gemini.

Argumētum.

Quō, & q̄do propter quid Geometria q̄rat.

Epilogus.

Problematum, atq; Theorematū partes.

Propositionis officium.

Expositionis officium.

Constructionis officium.

Demōstrationis officium.

Cōclusionis officiū

Tres partes sūt maximè necessariæ, q̄ semp esse debent tū in Problematib⁹, tū in Theorematibus, Proposi-

plum. Conſtructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nō eſt, † Expoſitione ſufficiente exiſtenti abſque alia additione ex datis propoſitum oſtendere. Quando igitur deficere Expoſitionem dicimus? Cùm in Propoſitione nullum fuerit Datum, Quod ſi Propoſitio vt plurimùm in Datum, & Quæſitum diuiſa fuit, non tamen id ſemper fit: verùm aliquando ſolum Quæſitum dicit, quod oportet cognoſcere, vel efficere, vt in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet conſtituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtrunq; eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum, reliqui duplum; ſed quòd opus eſt hoc comparare. Et fit quidem hîc etiam ex præcognitis propoſiti acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoſcimus (hoc autem omni cogitanti diſciplinæ proprium inquit Ariſtoteles) nihil tamen nobis ſubijcitur, quemadmodum in alijs Problematibus, vt quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam ſecare. hîc enim recta Linea data eſt, iubemur autem ipſam bifariam diuidere. & determinatū eſt quid Datum quidem ſeorſum, quid verò Quæſitum ſit. Cùm igitur vtrunq; Propoſitio habuerit, tunc & Determinatio, & Expoſitio inuenitur: cùm autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. ſiquidem Expoſitio, atque Determinatio, Dati eſt. eadem enim erit cum Propoſitione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, niſi quòd huiuſcemodi Aequicrus inuenire oportet? tale autem erat Propoſitio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæſitum Propoſitio non habuerit, Expoſitio quidem tacetur, eò quòd Datum, non eſt: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propoſitione fiat. Plura autem alia quoq; huiuſcemodi Problemata reperies, & maximè in Arithmeticis, & in decimo libro, vt duas rectas Lineas potentia commenſurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus ſunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari poteſt, vel Poſitione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Poſitione tantùm datur, Linea autem, & alia, omnibus. cùm enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam ſecare, ſpeciem Anguli quæ data eſt dicimus, quòd ſcilicet rectilinea, ne iiſdem methodis curuilineum etiam bifariam ſecare quæramus. Cùm verò, quòd duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abſcindere, Magnitudine datæ ſunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes ſunt. Cùm autē dicimus, quòd ſi quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem

tio Demōſtratio, & concluſio.

Propoſitio decima Quarti Elementorum.

Quando conſtructio deficiat.

† Demōne

Prio poſt. tex. 1.

Qñ Determinatio, & Expoſitio deficiat & quādo non.

Expoſitio, atq; Determinatio Dati eſt.

Propō 29 Decimi Elem.

Documentum.

ratio

ratio in quatuor Magnitudinibus data est. Cùm verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Positione datum est. Vnde etiam cùm Positio varia esse posſit, Constructio quoq; varietatem suscipit. datum est enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectæ, vel inter ipsius Extrema. Cùm igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem. hæc .n. Demonstrationis perfectio est: quandoq; verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent, non vbique autem demonstrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinsecus Triãguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur, quomodo à causa est demonstratio hæc? quomodo enim Medium certum signum non est? etenim nondum externo existente Angulo, cùm interni existant, duobus rectis æquales sunt. est siquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per descriptionem Circulorum, quod constitutũ est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit. similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus. Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consueuere. cùm enim vt in Dato ostẽderint, vt vniuersaliter quoque concludunt, à particulari conclusione ad vniuersalem recurrentes. nam cùm subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant. Ad vniuersale igitur trãscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur. transcendunt autem ratione optima, siquidem positis non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propositus Angulus est, catenus bipartitam faciunt sectionem, sed quatenus rectilineus tantùm. Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus. si igitur Rectitudinẽ in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem transcẽdere minimè possem. Si autem Rectitudinem quidẽ ipsius non sub-

iungo,

Quadrupliciter Datũ accipitur. & ideo Expõ quoq; quadrupliciter fit. Demõstratio Geometrica duplex ẽ. Perfectio Demõnis.

Cõclusio Geometrica duplex est.

iungo, Rectilineum autem solum cõsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quòd Problema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari.

Primi Euclidis Problematis propositio.

Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidẽ, & Quæsito constat. nam data quidẽ est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est.

Nota quõ omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Eucl. prob. Expositio. Determinatio.

Post Propositionẽ autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hęcce. & vides quòd ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidẽ in data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demõstrationem nos efficit, Quęsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo.

Constructio.

Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineę rectę continuentur.

In cõstructione Petitio bus, in demõne aũt pronunciatis Geometrę vtunt.

& vides quòd in Constructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac; Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidẽ Constructionibus, Pronuntiata verò, Demõstrationibus vtilitatem afferunt.

Demõ.

Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cõmunem attingir sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorũ, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cõmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineę æqualis est. & horum cõmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circunferentiam æquales esse diecbar. Vtraq; igitur, eidem æqualis est. Quæ aũt eidem ęqualia, & inter se sunt ęqualia,

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineæ inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quæ Expositionem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum ęquilaterum constitutum est. siue.n. duplam eius, quæ nunc proposita est datam feceris, eædem Constructiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Problematicā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemque enuntiat. Omnino itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolutam quidē Mentem, rursusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit ostendisse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hęc exercuimus, & perspicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittuntur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum.n. perspicax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumque sermonum meditationē affert. Verùmenimuero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quæ his annexa sunt breuiter differamus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quid'ue Inductio. Sumptionem itaqȝ de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero prędicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cùm enim vel in Constructione, vel in Demonstratione aliquid sumimus eorum, quæ ostensa non sunt, sed ratione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū inquisitione dignum esse arbitrati, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis existit, cùm illa absqȝ Demonstratione ad aliorum fidem faciendā persumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in solutio-

Prima cō clusio primi probl. Elemē. Secunda cōclusio

Particularū Quod fecisse, & Quod demōstrasse oportuit pulchra cōsideratiō.

Epilogus.

Sumptio quid.

lutionibus, nullisq́ue methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autē, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationē à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientijs omnibus sit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod quęritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisq́ue mutationē enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corrollarium, cùm ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod ēt propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quēadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemq́ue ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositū quoque perspicuum est. Exempli causa, quēadmodum cùm & Cubi duplicatio quæsita esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc cōsequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

[Margin notes: Cratistus. — Methodi tres, quę à Plat. tradantur. — Casus q̄d. — Corollariū quid. — Vide Varronē i lib. de lingua Latina. — Instantia quid. — Inductio quid — Nota inductiōis Geometricæ, cū inductiōne Logica similitudinem. — Hippocrates primus fuit inductiōis Geometricę inuentor. — Digressio.]

Triangulũ Aequilaterũ omniũ Triangulorũ optimũ est, assimilatur⁊ circulo.

Duorũ circulorũ Aequilaterũ Triangulũ comprehendentiũ cõtemplatio

† Intelligẽtias.

Vide Platonem in Phędro,& Procliũ in Timęo pagi. 123.

Triangulum inter Triangula optimũ sit; & Circulo maximè cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamque simplicem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum comprehensio, horumque ex parte vtriusque (non enim in toto vtroq; descriptum est, sed in illa parte, quæ ex vtriusq; partibus constat) ostẽdere in Imaginibus quomodo ea etiã, quæ à principijs egressa sunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis suscipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunuoluũntur, propter continuã generationẽ: & Animę ipsę cùm † motus trãsientes habeant, per restitutiones, & circunuolutiones non trãsientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autẽ & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem essentiæ Mentis imago est, Triangulum verò, primæ Animæ, propter ęqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurè sanè & hoc per Circulos cùm mediũ in ipsis includatur Aequilaterum ostensum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cùm triplicis Animarum substantię Nota sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum suscipere.

Epilogus

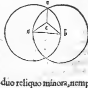
Verum enimuero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant.

Zenonis insfestus accessus, & eius fundamenta.

Quoniã autem quidã aduersus æquilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refellere Geometriã putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zenò ille, cuius etiam superius mẽtionẽ feci, quòd & si quis principijs Geometrarum permiserit, non tamen ea, quæ principia consequũtur cõmuni compararet consensu hoc ipsis non concesso, quòd duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt. nisi .n. hoc datum esset, † æquilaterum Triangulum minimè constitueretur.

† Triangulum nõ ostẽderet ęquilaterũ. Sit .n.

Sit enim (inquit) recta Linea a b, super qua constituendum est æquilaterũ Triãgulum. Describantur autem Circuli, & à cõmuni ipsorum sectione protẽdantur rectę Lineæ c e a, c e b cõmune habentes c e Segmentum.



Accidit igitur Lineas quidem à cõmuni sectione protensas, Lineæ a b datæ ęquales esse, non autem Trianguli quoque Latera esse æqualia, verùm duo reliquo minora, nempe

ipso

ipſo a b. Hoc autem non conſtituto, neque etiam reliqua conſtituētur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua minimè conſequuntur, niſi hoc quoque præacceptum eſſet, neq; Circunferentiarum, neque rectarum Linearum communia eſſe Segmenta?

Reſpōſio cōtra Zenonem.

Aduerſus hæc porrò dicendum, primùm quidē quòd hoc quodammodo in principijs præaceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non eſſe cōmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc comprehendebat, ſiquidem Recta eſt, quæ ex æquo inter ſua collocata eſt Signa. hoc .n. æquale eſſe Signorum interuallum ipſi Rectæ, eam, quæ ipſa Signa coniungit, vnā, breuiſſimamque efficit, ita vt ſi quis ipſam ſecundum partem alteri adaptet, ſecundum reliquam quoque partē ipſi congruat. cùm .n. in extremitatibus ſuis ſit conſtituta, eò quòd breuiſſima eſt totam in totam cadere neceſſe erit.

Alia Reſponſio.

Deinde quòd etiam in Petitionibus hoc manifeſtè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait [& rectam Lineam terminatam in directum producere] perſpicuè oſtendit, quòd ea, quę producitur, vna eſſe debet, vnoquē motu produci.

Secūda Petitio.

Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonſtrationē huius accipere, ſit ſi fieri poteſt a b, ipſius a c, & ipſius a d cōmune Segmentum. & Centro quidem b, interuallo autem b d, Circulus deſcribatur a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c per Centrum eſt ducta, Semicirculus eſt ipſe a c e. & quoniā recta Linea a b d per Centrū eſt protracta, Semicirculus eſt ipſe a e d. Aequales igitur ſibi inuicem ſunt Semicirculi a e c, a e d, quod fieri non poteſt.



Demōſtratio contra Zenonē.

Argumentum Zenonis cōtra Demōnē.

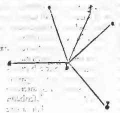
Aduerſus autem hanc Demonſtrationem dicet forſan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipſam Circulum bifariam ſecare demonſtratum eſt, quoniam nos præaccepimus duarum Circunferentiarum non eſſe cōmune Segmentum. ſic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel ſi non congrueret, aut extrà, aut intrà cadere. Nihil autem obſtat (ait ille) non totam toti congruere, verùm ſecundum aliquam partem. donec autem non demonſtretur Dimetientem bifariam Circulū diſpeſcere, neque etiam propoſitum oſtendetur.

Poſidonij Reſpōſio.

His etiam Poſidonius rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irriſit tanquā conſcium quòd licet ſecundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-

 ſtratio

ſtratio tamen bene ſuccedit. nam iuxta illam partem, in qua non cõgruunt, altera quidem intrà: altera verò extrà erit, eademque abſurda ſequentur, Recta à Centro ad externam Circunferentiam protracta. æquales. n. erunt quę à Centro ſunt, tum maior, quę ad Circunferentiam externam: tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesq́ue ſunt: aut ſecundum partẽ congruens, ſecundum reliquam viciſsim variat: aut nulla ipſius pars, nulli alterius parti congruit. & ſi hoc fuerit, vel extrà cadit, vel intrà. hæc autem omnia conſimiliter redarguuntur. Verùm de his hęc ſufficiant. Zeno autem aliam Demonſtrationẽ adſcribit huiuſcemodi, cui etiã obtrectare conatur. Sit. n. duarum Rectarum a c, a d, cõmune Segmentum ipſa a b. & excitetur ipſi a c ad Angulos rectos ipſa b e. Angulus igitur e b c rectus eſt. Si itaque Angulus etiam e b d rectus eſt, æquales erunt, quod fieri nõ poteſt. Si autem non, erigatur ipſi a d ad Angulos rectos ipſa b f. Angulus igitur f b a rectus eſt. Erat autẽ Angulus etiam e b a rectus. & æquales igitur adinuicem ſunt, quod fieri non poteſt. Demonſtratio itaque hæc eſt, quã Zeno obtrectauit, veluti aliquid eorum, quæ poſterius oſtendenda ſunt aſſumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare. Poſidonius autem nuſquam quidem in Elementaribus Inſtitutionibus huiuſcemodi Demonſtrationem ferri inquit, verùm Zenonem ſuos Geometras, veluti flagitioſa Demonſtratione vtentes calumniari: eſſe autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam. Siquidem eſt etiã quædam prorſus vtrique Rectarum ad Angulos rectos. quæcunq; enim duæ Rectæ rectum Angulum facere poſſunt, hocq́ue præaſſumpſimus rectum Angulum definientes, tali enim inclinatione ſolum rectum Angulum conſtituimus. Sit autem fortaſſe hæc, quam erexìmus. ſiquidem ipſe etiam Epicurus, omnesq́ue alij Philoſophi multa quidem eorum, quæ fieri poſſunt, multa autem impoſsibilis quoq; materiæ, ad conſequentis contemplationem ſupponere concedunt.



Alia Demoſtratio quam dãnat Zeno.

Poſidonii cotra Zenonem reſponſio.

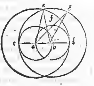
Epicurus.

Toti-

Totidem de æquilatero Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Aequicrus. Sit igitur

Finis Digressionis

Linea recta a b, super qua oportet Aequicrus constituere. & describantur Circuli, vt in Aequilatero. & producatur ex vtraque parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipsi a d æqualis est: Centro itaque b, Interuallo autē c b, Circulus c e describatur. Rursusque Centro quidem a, Interuallo verò d a, Circulus d e designetur, & à Signo e, in quo Circuli seinuicē intersecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b



Reliquorū Triangulorum cōstitutio.

protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi a d, e b verò ipsi b c æqualis est, æqualis autem est a d ipsi b c, e a quoque ipsi e b æqualis erit. Verùm maiores etiam sunt ipsa a b. Aequicrus igitur est Triangulum a b e, quod fecisse oportuit. At porrò iussum sit Scalenū constituere Triangulum super data Recta a b. & describantur Circuli Centris, & Interuallis, vt in prioribus. & sumatur in Circunferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producaturque ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum est, a f ipsi a d æqualis est. Maior igitur est a g, ipsa a d, hoc est ipsa g b. Centrum autē est & ipsum b, æqualis ergo est g b, ipsi c b. Maior est igitur g b, ipsa b a. At g a maior est, ipsa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales sunt. Scalenū ergo Triangulum est. Tria itaque Triangula sunt constituta. At hæc quidem diuulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quòd Aequilaterum quidem vndequaque ęquale existens, vnico modo constituitur. Aequicrus autem in duobus tantùm Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndique inęquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autē quę sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter verò contemplabimur quòd Problematū alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis fiunt. Vocantur autem (vt inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, se-

Documētum.

Problematū vniuersalis Diuisio.

Amphinomus.

cundumq́ue numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infini-
tis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel mul
tipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangu-
gulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reli-
quorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alterū verò tri-
pliciter constituitur. Infinitis autem modis huiuscemodi Problema-
ta fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dispe-
scere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit,
ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres
partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentū, minore maius
quàm duplum esset, vtputa triplum, ad maiusq́ue ei, quod à minori
fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæ-
quales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis
modis in duas partes secari posset, quarū maior vel dupla est, vel tri-
pla (multiplex .n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in
Problema multipliciter dicit. tres quoq; proportionales partes secabitur. Scire autē oportet quòd
multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponi-
tur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia propona-
Problema Geometricum. tur. Propriè autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur,
quod ad contemplantē operationem proponitur. quod nanq; in his
fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum
etiam, quæ fieri non possunt, quædā Problemata vocant. Magis pro-
priè autem id, quod fieri potest, & Exeedens non est, neq; Deficiens
Excedens Problema quid. hoc sortitū est nomen. Est autē Excedens quidem, quod ait huiu-
scemodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat An-
gulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc .n. superuaeaneū
est, frustraq́ue adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest.
Eorum autem, quæ excedunt, quæcunq; quidem incongruentibus,
Impossibile Problema quid. non existentibusq́ue Sympromatibus redundant, Impossibilia hæc
appellant: quęcunq; verò his, quę accidere possunt, Maiora Proble-
Maius Problema q.d. mata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus
Deficiens Problema quid. etiā quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab
indeterminatione, in ordinē, Scientiamq; parientē Terminū reduca-
tur. Veluti siquis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilū
enim hoc est, atq; indeterminatum, egetq́ue aliquo, qui subiungat,
quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod
minorem vtroq; æqualium Laterū habet. necnon vtrum illud, quod
verticalem Angulū vtriusq; eorum, qui ad Basim sunt dulpū habet,
vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumq; eorum, qui ad Ba-
sim

ſim ſunt Angulorum eius, qui ad verticem eſt duplũ habet; vel quod ſecundum quãdam aliam rationem hoſce habet Angulos, Triplam ſcilicet, vel Quadruplam. fieri .n. poteſt vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifeſtum eſt, quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nõ eſſe ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiuocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præſtat. quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum eſt, neque multipliciter, vel infinitis modis cõſtruitur. tale .n. eſſe oportuit, quod eſt aliorum Elementum futurum.

Hoc pro- pter ĩ Pro pose 10. quarti Ele mẽt.

Quale dẽt eſſe pfectũ Problema quod & pprie pro blema dici tur.

Primũ pro blema pri mi Elem. ceteris p- blematio- preſtat.

TEXTVS

Ad datum Signum, dare recta Lineæ equam rectam Lineam ponere.

Propoſitio ſecunda. Problema ſecundum.

PRoblematum quemadmodum & Theorematum alia quidẽ ſunt ſine Caſu, alia verò multos habent Caſus. Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus deſcriptionibus aduenientem, Poſitioneſqúe mutantia eundem Demonſtrationis ſeruant modũ, hæc Caſum habere dicuntur: quæcunque verò iuxta vnam tantùm Poſitionem, vnamqúe Conſtructionem procedunt, ſine Caſu hæc ſunt. ſimpliciter .n. Caſus ipſe circa Conſtructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Caſus. Datum autem eſt in ipſo Signum quidem, Poſitione, ſiquidem hoc tantùm modo dari poteſt: recta Linea verò, & forma (non .n. ſimpliciter Linea eſt, ſed talis) & Poſitione. quæritur ſiquidem huicce rectæ Lineæ, ad datum Signum ęquam rectam Lineam ponere, vbicunque hoc poſitum fuerit. Manifeſtum eſt autem, quòd omnino in ſubiecto Plano Signum eſt, in quo etiam recta Linea, & non in ſubli miori. omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnum ſubrjci Planum exiſtimandum eſt. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. ſi infinita data eſt? præſens nanque Datum ad finitam, ad infinitamqúe pertinet. ſiquidem omne, quod inquiſitionis gratia propoſitum nobis

Cõm. 6.

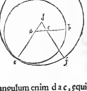
Caſus in Conſtru- ctione eſt.

Documẽ- tum

Dub.

In pręce- dẽti Prob.

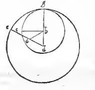
bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cùm eam, quæ datæ est æqualis ad datum Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nõ fecit quòd data, finita est: prorsus enim omnis, quæ est ad Signum ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminauit. Quòd autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt, manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam positum est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita vt ab ipso ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita vt si ipsa producatur, in extrà posito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà positum, & à Latere suscepit. Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea a b, Signumqúe datum c, quod in ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum super recta Linea c a, quod sit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Interuallo autem a b, Circulus b e describatur. Rursusqúe Centro quidem d, Interuallo verò d e, Circulus e f designetur. Quoniam itaque a, Centrum est, b a, ipsi a e æqualis est. & propterea æqualis est d e, ipsi d f. quarum d c, ipsi d a ęqualis est. Triangulum enim d a c, ęquilaterum positum fuit. reliqua igitur a e, ipsi c f æqualis est. Erat autem a e, ipsi a b æqualis, vt ostensum est, & c f igitur ipsi a b æqualis est. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipsi a b posita est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt, Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Laterum protensiones, Circulorumqúe descriptiones, adhuc multò plures.

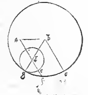


In 12. Propositione. Solutio.

Varii huius Prob. Casus.

res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaqúe Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque ęquilaterum in ipsa non constituatur superius habēs verticem (quoniam locus non est) sed inferius, & sita d b.





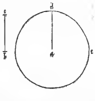
Aut ergo æqualis est a d, ipsi b c: aut maior: aut minor. Si igitur ęqualis, quod iussum erat factum est. † Si autem minor, Centro quidem b, interuallo verò b c, Circulus designetur, & producantur ipsæ a d, d b vsque ad e g Signa, & Centro quidem d, interuallo autem d g, Circulus describatur g e. Quoniam igitur æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro enim sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis est. æquilaterum enim est a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis est. At b g etiam æqualis est ipsi b c, à Centro enim & illæ exeunt. a c igitur ipsi b c æqualis est, quod faciendū erat. Si verò maior est a d, ipsa b c, (hoc enim reliquum est) Centro quidem b, interuallo autem b c, Circulus designētur e c. Secat igitur ipsam d b, Circulus e c. Rursus centro quidem d, interuallo autem d e, Circulus describatur e g. Quoniā igitur d Signum Centrum est Circuli g e, æqualis est g d, ipsi d e. Erat autem & d a æqualis ipsi d b. reliqua igitur a g æqualis est ipsi b e. Verùm b e, ipsi b c æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. a g igitur ipsi b c ęqualis est. & est posita ad Signum a, quod erat faciendum.



† Si aūt minor, Cētro quidē b, interuallo verò b c, Circulus describatur & producātur a d, d b vsq; ad Signa g f, & Cētro quidē d, interuallo aūt d g, Circulus designetur. Quoniā itaq; æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro.n. sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis ē. æquilaterū.n. est. Tota igitur a e, toti b g est æqualis Verùm b g ęqualis est ipsi b c, ex Cētro enim. ipsa ergo a e, ipsi b c ęqualis est, quod fecisse oportuit.

Multis autem alijs etiā Casibus existentibus, satis est hos quoq; in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est ijs, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixere. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Interuallo verò tanto quanta est ipsa b c, Circulus designetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circunferentiam, quæ sit a d. Hæc igitur ipsi b c æqualis est. tanta enim erat quæ ex

Quorūdā praua demōstratio



Centro, quanta est ipsa b c, & factum est 1d, quod iussum erat. Siquis igitur hæc dicat, quod in principio est petit. cùm .n. dicat Centro a, interuallo autem b c, describi circulum e d, æqualem iam accepit quodammodo ipsi b c, ad Extremum a positam. & seruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non † approbabimus.

† cancillabimus.

Propõ 3. Problema tertium.

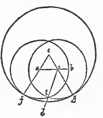
TEXTUS

Duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori æqualẽ minori abscindere.

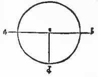
Còm. 7. TErtium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem; aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocqúe dupliciter. aut maior minorem; aut minor maiorem. Verùm si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demõstratio. communi .n. Extremo Centro vsus, interuallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantùm minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel è conuerso, & si seinuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocqúe dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

Varii hui9 Problematis Casus.

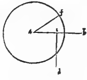
ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales a b, & c d, maior autē c d, secetque ipsam a b sui ipsius Extremo c, & Centro quidem a, Intervallo verò a b, Circulus describatur b f, & constituatur Triangulum æquilaterum super a c, quod sit a e c, & producantur e a, e c. & rursus Centro quidem c, Intervallo autem e f, designetur Circulus g f. rursusque Centro quidem c, Intervallo verò c g, Circulus g l. Quoniam igitur e f æqualis est ipsi e g (Centrum enim est e) quarũ e a, ipsi e c æqualis est, reliqua a f, reliquæ c g æqualis erit. Verùm a f etiam, ipsi a b est



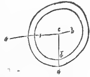
æqualis. a enim Centrum est. & c g igitur, ipsi a b æqualis erit, & hæc æqualis est ipsi c l. centrum enim est Signum c. & a b igitur ipsi c l æqualis est. Aequalis igitur ipsi a b ablata est ipsa c l. Verùm sit c d minor ipsa a b, seceetque ipsam a b, iuxta e suum Extremum. Aut itaque in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primùm in medio, c d igitur aut dimidiũ est ipsius a b, & est æqualis a c, ipsi c d: aut mediletate minor, & Centro quidem c, Intervallo verò c d, Circulum designans ab ipsa a b ipsi c d æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a f ipsi c d æqualem ponens, describensque Circulum

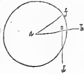


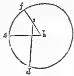
Centro a, Intervallo autem a f, ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem abscindes. Si autem c d ipsam a b non per mediũ dispescit, erit c d aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque c d medietas est, vel minor medietate ipsius a b, Centro vtens Signo c, Intervallo autem c d, abscindes ab ipsa a b, ipsi c d æqualem, iussumque factum est. Si verò



ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Interuallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d equalem. Si autem se inuicem intersecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Interuallo verò b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producatur vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere. vtrunque enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur. nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cùm ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elemētorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens. & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & posita Interuallo Circulum describere, qui à maiori, minori æqualem abscindet, siue se inuicem intersecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.







Propō. 4. Theorema primū

TEXTUS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alter i alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum: & Basim Basi æqualē habebunt, & Triangulū Triangulo equū erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt equales, sub quibus æqualia Latera subtendunt.

Cōm. 1. HOc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū quidē

quidem Triangulorum ortum tractās; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam alij rectam Lineam comparare proponentia. horumq́ue illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inequali per ablationem Aequale reperiebat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triāgulo, rectaq́ue Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo nanq; qui prius Triāgula non constituit, ortumq́ue ipsorum non comparauit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasq́ue Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minimè problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquā Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt. non ne igitur facile penitus est † ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint. non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrùm nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimùm in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiā est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inequalis est, & nunquam equalis, & Semicircularis similiter, transitusq́ue à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cōmune est) & equalium Rectarum ortus tradidit, hosq́ue duplices. nam alteram quidem, omnino nō existentem producit: alteram verò, ab Inequali per ablationem acquirit. hisq́ue non immeritò Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent: Basim quoq; Basi, & Aream Areæ, reliquosq́ue Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur: duo verò, quæ dantur. Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel ęqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas; queruntur autem tria, Basis ad Basim ęqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumq́ue Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus habe-

rent

Aequalitas primū in quātita te est Symptoma.

† Ipsi occurrere? neq; n omnino scī mˀ an Triāgulū cōstitutum sit.

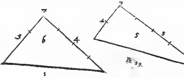
Vide 16. Propōnē tertii Elementorū.

Datum huius Theorematis.

Quęsitum huiˀ Theorematis.

rent æqualia, Theoremaq́ue verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Datis addidit Latera ęqualią esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in cõm. propõnis 37. & in cõm. propõnis 47.



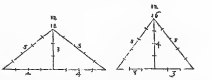
geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hęc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo ęquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit ęquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cùm maiorem agrum sumpsissent, iusti existimari fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtraq; simul vnum agrũ comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operępretium est igitur alterum quoque alteri ęquale suscipere. & vbicunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniã ab re hoc addit, si quidẽ de datorũ quoq; ęqualium Angulorum æqoalitate verba faciens, addidit particulam [ab ęqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatè Loquẽdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoq; in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod è regione ante oculos iacet: duobus autem iam pręacceptis necessariò reliquum Basim esse supponendũ est. Quapropter hìc quoque Elementorum institutor cùm duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cùm ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Aream autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanè Ambitum etiam, Lineam

Pulchrũ.

Documẽtum, Basis Triãguli quid, Duplex ė Trianguli Basis.

Qño Triãgulũ Triagulo ęquale sit. Area Triãguli quid. Ambitus Triaguli quid.

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam. Diuersum igitur est vtrunque, & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areæ debet esse æqualis. Accidit autem in quibusdam Triangulis Areis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse. Duo-



bus enim Aequicruribus Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex. horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet, totus enim Ambitus Octodecim erit. Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroq; Triangulo à Vertice ducens, hancq; cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans. Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse. & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū sumpsere. Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alij rectæ Lineæ ęqualis est, cùm ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint. nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit: æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt. Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cùm vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit: cùm autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extrà cecidit: cùm verò intrà, minor. nam ibi quidem alterum continet, hîc verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cęterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

Pulchra cōsideratio. Vide et in lib. 4. in cōm. ꝓpōnis 37. & 44.

Quō recta Linea alij rectæ Lineæ æqualis dicatur.

Quō rectilineus Angul⁹ rectilineo Angulo dicatur æqualis.

stroidibus,

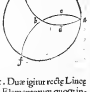
ſtroidibus, atque in vtrinque conuexis. quoniam fieri poteſt vt & æquales ſint, & Latera ſibi inuicem non congruant. Rectus .n. cuidam Lunulari æqualis eſt, & tamen fieri non poteſt, vt rectis Lineis Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum eſt, quod Angulos ſubtendere Latera dicuntur, quę è regione iacent. omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli Lateribus continetur, a reliquo verò ſubtenditur. Propterea Geometra quoque cùm dixiſſet Angulos æquales eſſe, adiecit [ſub quibus ęqualia Latera ſubtendunt] ne diuerſum non eſſe intelligamus qualemcunque Angulum ſuſcepiſſe, huncqúe cuicunque reliquorum Trianguli duorum Angulorum æqualẽ dixiſſe, ſed æquales dicamus quos ęqualia Latera ſubtendunt. ęqualium etenim Laterum alterum quidem, alterum ęqualium Angulorum ſubtendit: reliquum verò, reliquum. Ad præſentis itaq; Theorematis declarationem totidẽ rcõſiderentur. Aduerſus autem aduerſarij obiectionem illud præaſſumemus, quòd duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc ſiquidem tanquam euidens Geometra ſuſcepit. Si enim, inquit, Baſium Extrema ſibi inuicem congruent, Baſes quoque congruunt: ſi verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendẽt. Vnde euenit igitur quod hoc fieri nõ poſſit? Sint

Quõ Latera dicatur Angulos ſubtẽdere.

Documẽtu finis. ꝑ præaſſumatur Ad ipſius aũt Demõnẽ illud

Demonſtratio q̃d duę rectæ Lineę ſpatiũ non cõprehẽdũt.

duæ Rectę Spatium comprehẽdentes a c b, a d b, & producantur in infinitum. & Centro quidem b, interuallo autem a b, Circulus a e f deſignetur. Quoniã itaque Linea a c b f, Dimetiens eſt, medietas Circunferentiæ eſt ipſa a e f. Rurſus quoniam Linea a d b e, Dimetiens eſt, medietas Circunferentię Circuli eſt ipſa a e. Aequales igitur ſunt ipſæ a e, a e f Circunferentiæ, quod minime fieri poteſt. Duæ igitur rectę Lineę nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad omne Signum, rectam Lineam ducere] eò quòd vna recta Linea ſemper duo Signa coniungere poteſt, non autem duæ. nam plures quidem Circunferentię duo Signa coniungere poſſunt & in eiſdem partibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetientis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniunguntur. Fieri autem poteſt vt & extra, & intra Semicirculos infinitę Circũferentię



Documẽtum.

cũferentię

cunferentiæ data Signa coniungentes describantur. causa verò est, quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudinis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cùm vnus sit, mensura cęterorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem maximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quòd autem tota præsentis Theorematis Demonstratio a cōmunibus dependet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniēs est, ab ipsaq́ue Suppositionum euidentia egressa, cuilibet manifestum est. nam cum quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, sibi inuicem congruunt. Cùm verò Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt. Angulo autem ad Angulum, Lateribusq́ue ad Latera coaptatis, inferunt etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæ, Basis quoque congruet Basi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangulum toti Triangulo, omniaq́ue omnibus æqualia erunt. Aequalitas igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstrationis causa esse apparuit. duo enim hic sunt Pronuntiata totam propositi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum quidem dicens quòd ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt; & hoc simpliciter verum est, nullaq́ue indiget limitatione, quo Elementorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisq́ue Angulis vtitur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt. Alterum verò, quòd ea, quę ęqualia data sunt, sibi inuicē congruunt. Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, & Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui a similibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem dico quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiuscemodi fit. Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus, & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcq́ue sibimetipsis conueniunt. Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusq́ue omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt. Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quòd omnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cognitionis æqualium vndequaq; Triangulorum. Verū enim vero de † tota Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Margin notes: Idē in lib. secundo. Cōm. ro. — Finis Documēti. — Præsentis Theorematis Demōstratio — Octauum Pronūtiatum. — Conuersum octaui Pronūtiati. — Nota ꝙ speciē hic specialissimā intelligit. — † Siplici. — Digressio.

Distinctio Problematū, & Theorematū secundum Carpum. Prima differentia. Secūda differentia. Astrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematibus sermonem suscitauit siquidem oportune accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac deniq; horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. ptius quàm Symptomata Problematibus inueniri quærūtur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaque artificiosa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt æquilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentique scientiam iudicio indigentem. vt neq; veritatem excedere, neq; à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoq; est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematibus quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problematum inuestigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsq; nostrum (inquit ipse) nemo communem horū inuentionis methodum tradere posit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius vtiq; esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoq; institutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorū institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartū est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si et nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema. omnino enim cōmunibus in hoc vtitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæque ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iurè Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primariū illa sortita sunt locum.

Tertia differentia.

Propria opinio. & forsan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potissimùm apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theoremata Problematibus præcellūt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cōiungit, problematicè agere: quatenus verò primæ sciētiæ coheret, Theorematicè à Problematibus ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab ijs, quæ ad Artes magis spectant

ad

Defendit Geminũ.

ad ea, quæ gignendę ſcientiæ magis vim habent procedere. Vanum eſt igitur Gemino obtrectare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenti. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſſignauit: Geminus autẽ Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus, quòd quodãmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorũ Ortus, & æqualitatis inuentionẽ didicimus. Nũc autem addatur etiam quòd cùm quidẽ in Theorematibus Simpliciſſimum ſit, atq; principaliſſimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicã, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demõſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſqúe Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoqúe Data ipſa conſtruuntur.

Propõ 5. Theorema secundum.

TEXTVS

Aequicrurium Triãgulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Cõm. 9. Theorematum & uiſio.

THeorematum alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Concluſiones indiuiſibilia ſunt, vnum habẽtia Datum, & vnũ Quęſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor dixiſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quę ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cõcluſiones Suppoſitione Simplici exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horũ alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quęcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verùm fieri non poteſt vt Datũ in Simplicia diuidatur, Theoremataqúe fiant. non enim ſi Triangula Latera ſola ęqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidũt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodũ illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quę ſub eadem ſunt Altitudinę, eandem habent rationem, quam Baſes.] poſſibile

 enim

Prima ꝓpositio sexti.

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadẽ sunt Altitudine, eandem habẽt rationẽ, quam Bases, in Parallelogrãmisque similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Conclusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemque omnibus inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hîc Cõpositio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quæ concluduntur, Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui Anguli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera subtendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cõmuni Triangulorum, & Parallelogrãmorum Theoremate sub eadem Altitudine existentiũ.

Theorema.

Et iuxta vtrũq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiũque Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariã diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt: alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaque diuidit,

† Vnamquamq; quidem Complexi partē nō vniuersaliter.

† vnumquodq; quidem Complexorum nõ vniuersaliter accipimus, quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem dicamus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bifariam secant. Segmentorumque omnium Angulos æquales faciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmentorum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt.

† Sed eorũ tãtum, quę ...

Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolutionumque gratia machinati sunt. multa .n. cùm incomposita quidem sint, non resoluuntur, Composita autem solùm Cõmoditates ad Resolutionẽ, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum est, & iuxta vtrunq; Compositum, tum iuxta Datum, tũ iuxta Quæsitum.

† quæ.

† quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum cùm vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsita apposuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. rursusque deinceps, & productis ęqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, ęquales sunt. non .n. duo esse Theoremata existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Datum, & iuxta Quæsitum. & vtrunque eorum, quæ componuntur perfectum, ac verum est, Idcirco Conuersio quoque vera est in vtroque. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Triangulum; si autem qui sub Basi, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,

&

Triangulum Aequicrus est. Verùm Elemētorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse, minimè, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse. nequaquā enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematū Constructione, aut Demonstratione vtetur. Cùm igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interserere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quanuis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarū tamen destructiones, obiectionumque Theorematibus resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum aūt est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantiū iis, quæ dicenda sunt præparare, responsionūque subsidia præmoliri. vt non solùm eorū, quę vera sunt Demonstrationes ex iis, quę prius sunt demōstrata, verū etiā Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem † ex hoc quoq; in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentū. nam qui in illis etiā sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanè præter propositū est) aliis primò ipsorū solutiones præparare, is vtique certissimam mirū in modum disputationum viā prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, iis, quæ nunc ostendūtur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, ęquales esse simul demonstrat, & mendacii, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, procedentibus perspicuū erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextū non conuertit, quoniam neque etiā præcipuam hoc affert vtilitatē, verùm per accidens ad totā scientiā nobis confert. Siquis autē à nobis petat, nos non producentes etiā æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoq; ęquales demonstrare) quodāmodo Cōstructionē transponentes, & eas quæ extrà fiunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit .n. Aequicrus a b c, accipiaturque in Linea a b quodcunque Signum, sitque illud d, & ab ipsa a c, ipsi a d æqualis sumatur, quę sit a e, & protrahātur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi

a c

Vide inferius in prīcipio Tertii cōm.

Dubitatio

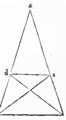
Solutio.

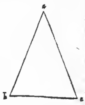
Notādum † ex hoc quoque etiā Geometria est ordinis ad Rhetoricā emolumētum.

Ecce causa, quā superius promisit. Quidā huius Theorematis causa.

ac æquales ſunt, Angulusq́ue a cõmunis, erit etiam b e æqualis ipſi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quãobrem Angulus a b e, Angulo a c d æqualis eſt. Rurſus quoniam d b, ipſi e c: & b e, ipſi d c æquales ſunt, Angulusq́ue d b e, Angulo e c d æqualis eſt. & Baſis igitur d e cùm vtriſque communis ſit, ſibi ipſi eſt æqualis, omniaq́ue omnibus æqualia ſunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis eſt. Quoniã igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis eſt, à quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati ſunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales ſunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri æqualia, & Baſis b c cõmunis. & omnia igitur omnibus æqualia ſunt. Quãobrem reliqui quoque Anguli, ſub quibus æqualia Latera ſubtẽdunt æquales ſunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis eſt. nam Angulum quidẽ d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b ſubtendit. Aequicrurium igitur Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt, æqualibus etiã rectis Lineis non productis. Adhuc autẽ breuius hoc Pappus ipſe demonſtrat, † quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit Aequicrus a b c, & ſit æqualis a b, ipſi a c. Intelligamus itaque hoc vnũ tanquam duo Triangula, & dicamus ſic. Quoniã a b, ipſi a c: & a c, ipſi a b æquales ſunt, duæ vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales ſunt, Angulusq́ue b a c, Angulo c a b æqualis eſt (idẽ .n. eſt) & omnia igitur, omnibus æqualia ſunt. Baſis quidẽ b c, Baſi c b. Triangulum aũt a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. ſub his .n. æqualia Latera ſubtendunt, ipſa nẽpe a b, a c. Aequicrurium igitur Triangulorũ, qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Videturq́ue hunc Demonſtrationis modũ inueniſſe, cùm conſideraſſet quòd Elementorũ quoque inſtitutor in quarto Theoremate cũ duo Triangula vniſſet,

† nulla additione indigens, Demõſtratio Pappi.





sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contẽplantes, Angulorũ, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratię sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quòd vtrique omnis Aequicruris qui ad Basim sunt Anguli, ęquales sunt: moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (è quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam similium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectã Basim habeant, siue Circunferentiam, siue Cylindricam Helicẽ, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc .n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quòd tres solæ Lineæ & non plures similium partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, queadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostẽdetur. Non est igitur vniuersaliter Aequicruris propriũ, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similium partium Lineam incidentium. illis enim primùm inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit primus hui⁹ Theorematis inuentor.

Laudat Geminũ.

Theorema Gemini.

In 20. propositione.

TEXTVS

Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subtendunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propõ 6. Theorema 3.

PRæsens Theorema duo hæc Theorematum in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autẽ per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quęcunque ad præsentẽ spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones adinuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio

Cõm. 10.

Cõuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hic est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium æqualitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. ſi.n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamquę Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus ęqualia Latera posita, ęquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatę, sed quędam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quòd multę falsę Conuersiones fiunt, & nō sunt propriè Cōuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoq; consequitur. Et hæc quidē Menęchmi, Amphinomique familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum aūt, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cùm .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cùm autē ē contrario Suppositionem quidem Symptō-

ma

† accipientes Conclusionem vnamque ex Suppositionib⁹, conclusionē faciūt, vna Suppositionū, velēt plures & hoc modo.

Duplex Cōuersio Geometrica, ꝓpria, atq; improꝓria.

† Et non vnū vni, Sed vnum multis conuertes, iuxta Suppositionū Notādū.

Quid ꝓcedēs, & qd Conuersum Theorema.

ma fecerint: Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Præcedens est. subijcitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicrus Triāgulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ijs, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ijs, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principijs sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principijs quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaque euidentia fidem per se facienti emanarunt: aut ab ijs, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verùm ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principijs illis ad Quæsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quàm Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid.n. eorum, quę concessa sunt, exploratáque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtēdentia

Genus hic pro subiecto.

Epilogus.

Deductio ad impossibile quid apud Geometras.

Documentum.

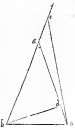
Porphyri⁹

æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est; verùm hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos ęquales habentium Latera quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur sufficiant. Vtitur aũt (quod iã diximus) Elementorũ institutor Conuersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquã Quæsitum adiecit; Deductione autem ad impossibile, in Constructione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes, quòd nõ oportet ipsi a b ab ipsa a c æqualem auferentem, ad Signũ c, facere ablationẽ, sed ad Signum a, hanc quoq; ponentes Suppositionem in idem impossibile incidemus. Sit .n. a b ęqualis ipsi a d, & producatur b a, ponaturque æqualis a e, ipsi d c. Tota igitur b e, totia c ęqualis est. Connectatur ipsa e c. Quoniã itaq; a c æqualis est ipsi b c, cõmunis autẽ b c, duę duabus æquales sunt, & Angulus, qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis est. Sic .n. positum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. Quamobrem Triangulum quoque e b c, Triangulo a b c ęquale est, Totum parti, quod minimè fieri potest.

Epilogus.

In principio huius comenti.

Quidã huius Theorematis casus.

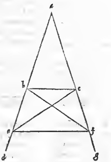


Verùm quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur vt reliquum etiam Conuersionis ostendamus. nam Elementorum quidem institutor ad quinti Theorematis partẽ, totum sextum conuertit. Operæpretium est autem reliquam quoq; Conuersionem adijcere. hæc autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuiusdam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse: ostendit verò Triangulum esse Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, & producantur a b, a c ad Signa d g, sintque Anguli, qui sub Basi sunt, æquales. Dico quòd Triangulum a b c, Aequicrus est. Sumatur .n. in Linea ad Signum e, ipsique b e æqualis c f. & connectantur Lineę e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipsi c f æqualis est, cõmunis autẽ b c, duæ duabus ęquales sunt. & Angulus e b c, Angulo f c b ęqualis est. sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. & Basis igitur e c, Basi f b æqualis est, Angu-

Demõ reliqui conuersionis membri.

lusque

lusq́ue b c e, Angulo c f b: & Angulus c b f, Angulo b c e. sub ipsis enim æqualia Latera subtendunt. erat autem totus c b e Angulus toti f c b Angulo æqualis, ex quibus Angulus f b c, Angulo e c b æqualis est. & reliquus igitur e b f, reliquo f c e æqualis est. est autem b e, ipsi c f: & b f, ipsi c e æqualis, æqualesq́ue continent Angulos. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam b e f, Angulo c f e æqualis est. Quamobrem Latus quoque a e, Lateri a f æquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus b e, ipsi



c f æqualis est. sic enim ablatæ fuere. reliqua igitur a b, reliquæ a c æqualis est. Aequicrus ergo est Triangulum a b c. Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est: tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos æquales habuerit, hoc etiam modo datum Triãgulum Aequicrus erit. Qua de causa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non conuertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt æqualibus existentibus Triangulũ Aequicrus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neq; ad eorum, quæ quæruntur solutionem ipsi confert, cũm sequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipsiq́ue ansam illa præbeãt, Angulis, qui sub Basi sunt, æqualibus existentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi: si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosq́ue Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaq; in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quòd Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus, Triangulũ Aequicrus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Dubitatio

Solutio.

matum Demonſtrationem. nam paulò poſt apparebit Theorema
Propō 13. oſtendens, quòd ſi recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quę quidem hoc præcedunt, hac Conuerſione nihil indigent: quæ verò hoc ſequuntur, hac indiguere, hocque Theoremate fidem facient.

TEXTVS

Propō 7. Theorema 4. Super eadem recta Linea duabus eiſdem rectis Lineis aliæ duæ rectæ Lineę ęquales altera alteri, ad aliud atque aliud Signum, ad ad eaſdem partes, eadem Extrema cùm duabus initiò ductis rectis Lineis habentes non conſtituentur.

Cōm. 11. PRæſens Theorema rarum quid paſſum eſt, quod haud frequenter ijs, quæ ſcientiam pariunt Propoſitionibus euenire ſolet. per negationem enim, & non per affirmationem formari, non ſatis proprium ipſis eſt. vtplurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorũ
Ariſtote. in 1. poſt tex. 31. Theorematum Propoſitiones, affirmationes ſunt. Cauſa autem (vt inquit Ariſtoteles) quoniam vniuerſale quidem affirmans ſcientijs maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negationeque nihil indigens: vniuerſale verò negans, affirmatione quoque indiget, ſi de-
† nam ſine affirmōne neque bet oſtendi † nam ex negantibus tantùm neque Demonſtratio eſt, necꝫ Ratiocinatio quędam. Atque idcirco Demonſtrantes ſcientiæ, plurima quidem affirmantia oſtendunt, rarò verò negantibus vtuntur concluſionibus. Admirabili autem diligentia plena eſt huiuſce Theorematis Propoſitio, omnibusque additionibus vincta, quibus adeò certa, atque indubitata facta eſt, vt ab ijs, qui calumniari conan-
Prima huius Theorematis cōditio. tur, coargui, cōuincique minimè poſſit. nam primò quidem particula illa [ſuper eadem recta Linea] ſumpta eſt, ne ſuper alia duas duabus alteram alteri æquales oſtendamus, Propoſitioneque vtentes circunueniamus.
Secunda. Secundò vna recta Linea exiſtēte, nō inquit ſuper ipſam duas duabus æquales ſimpliciter conſtituere (hoc enim fieri poteſt) ſed alteram alteri. quid .n. mirũ eſt vtraſque vtriſcꝫ ęquales ſumpſiſſe eum, qui alteram quidem earum, quæ conſtituuntur protrahit: alteram verò contrahit? Verùm alteram alteri (inquit) impoſſibile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid
Tertia. enim ſi quis cùm primis duabus duas alias alteram etiam alteri ęquales feciſſet, haſce illis in eodē Signo, quod ſubiectas rectas Lineas iuxta verticem coniungit, coaptaſſet, hasque conſtituiſſet? omnino .n. æqualibus rectis Lineis exiſtentibus, Extrema quoque ipſarum congruēt.

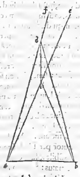
gruent. Quartò adiecit particulam [ad easdem partes] quid enim si vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuissemus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem partes,]. Quintò subdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ijs, quę constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus ęquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alterique Dimetienti. Verùm ęquales eadem non habebunt Extrema. neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipsę autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur. Fortasse autem quidam, præter hos quoque omnes scientiam gignentes Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit. Sit .n. a b recta Linea, & super hac duabus a c, c b, duę ęquales a d, d b, sintque hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempè, atque d sint, eademque Extrema cum ijs, quæ initiò ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque b. & sit a c quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi b d. Aduersus itaque hoc modo instãtes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his .n. constructis manifestum, quòd Triangulũ quidem a c d Aequicrus est, ęquali existẽte (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c: Anguli verò, qui sub Basi, æquales, Angulus scilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d e, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est

Quarta.

Quinta.

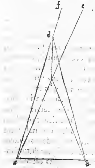
Instantia.

Respõsio.



Angu-

Angulus b c d, Angulo b dc. Sed quoniam rursus Linea d b æqualis est Lineæ b c, Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus b c d, Angulo b d c. Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minimè fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicē æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematū Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximā affert vtilitatem: in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd a c, a d ęqualibus existētibus, Anguli quoq; e c d, f d c æquales erunt. Consimiliter autē in alijs quoq; Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cōferre apparebit.



Alia Instātia. Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea a b, rectæ Lineæ b d, b c ęquales rectis Lineis a c, a d, quarum b c quidem ęqualis sit ipsi a c; b d verò, ipsi a d, ad aliud atq; aliud Signū, a scilicet, atq; b, ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis a c, a d habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quòd oportet primas

Respōsio. etiam rectas Lineas super recta Linea a b constituere, hisqúe æquales super eadem recta Linea a b constitui? hoc modo enim Elementorum quoq; institutor in Propositionē dicit. Ipse autem a c, & a d rectę Lineæ non sunt super recta Linea a b, sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super a b recta Linea consistunt, vt a c, c b, & a d, d b: aliæ verò rectæ illę Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæqúe ipsis ęquales constitui debent. cùm tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea a b constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa a b recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficiant. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutorē per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: &, idem maius, æqualeqúe esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octaui

† quæque ipsis æquales sunt.

Theo-

rematis esse. ad illius nanque Demonstrationem confert, & neque Elementum simpliciter est, neque Elementare. non .n. ad plura suam extendit vtilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram ipsius vsum reperiemus.

TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, habuerint aũt & Basim Basi ęqualem: Angulum quoque Angulo ab æqualibus rectis Lineis contentum, æqualem habebunt. Propô 8. Theorema. 5.

OCtauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuersionem sumptum. non.n. totam illius Suppositionem, Conclusionem: totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verùm aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæsitorum, quæ in illo sunt contexens, vnũ quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæsitorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæsitorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autẽ causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positũ est, & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo fit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniã verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cùm per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cõmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodũ octauũ) ab alio Theoremate. euidentiora .n. ad redargutionẽ sunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantia sunt, ijs quæ Theorematibus contradicunt. hęc siquidẽ

Cóm. 12. Quęstio Respõsio.

per

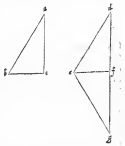
per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autẽ cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit. Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauũ se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus a b c, & d e f, duoque Latera duobus Lateribus ęqualia, & Basim b c, Basi e f ęqualem habentibus, Basis Basi congruens, Triãgulumqúe a b c, & Triangulum d e f positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum fit: ad alteram verò vtcunq; ipsius e f rectæ Lineæ partem, ita vt oppositi ipsorum vertices sint, viceqúe ipsius a b c, sit hoc modo positum ipsum e f g. & sit ipsi quidem d e, æqualis e g: ipsi autem d f, ipsa f g. Ipsa itaque f g aut in directũ posita erit Lineæ d f, aut non in directum. & si nõ in directum, aut iuxta internã partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam. Sit primùm in directũ posita. Quoniam igitur ęqualis est d e ipsi e g, vnaque est Linea ipsa d f g, Triangulũ d e g Aequicrus est, & Angulus, qui ad Signum d, Angulo, qui ad Signum g æqualis est. Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cõnectaturque d g. Quoniam igitur e d, e g æquales sunt, Basisqúe d g, Angulus etiam e d g Angulo e g d æqualis est. Rursus quoniã æqualis est d f, ipsi f g, Basisqúe d g, Angulus quoq; f d g, Angulo f g d æqualis est. Erat aũt & Angulus e d g æqualis Angulo e g d. Totus igitur e d f, toti f g e ęqualis

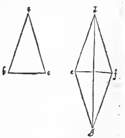
Philonis Demonstratio.

Casus Demonstrationis Philonis.

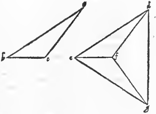
Primus.

Secundus.





æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe. Tertiò autem iuxta exter- nam partem faciat Angulum ad ipſam d f, ipſa f g, & connectatur extrà recta Linea d g. Quoniam igitur d e, e g æquales ſunt, Baſisq́ue d g, Anguli e d g, d g e ęquales ſũt. Rurſus quoniam d f, f g æquales ſunt, Baſisq́ue d g, Angulus f d g, Angulo f g d æqualis eſt. Erãt autem toti etiam e d g, d g e Anguli ad inuicem ęquales. & reliqui igitur e d f, f g e Anguli inter ſe æquales erunt. & ſic Propoſitum iuxta quamlibet f g rectæ Lineæ poſitionem inuentum eſt, dum Theorema nos demonſtrauimus, ſeptimoq́ue nuſquam vſi fuimus. Num igitur (dicunt ipſi) fruſtra illud ab Elementorũ inſtitutore introductum eſt? ſi .n. propter octauum tantùm ipſum aſſumpſimus, octauum autem abſque etiam illo oſtenſum eſt, quonam pacto penitus inutile ſeptimum non apparet? Aduerſus hæc itaq; dicendum (quæ ij etiam, qui nos præceſſere dixerunt) quòd ſeptimum Theorema demonſtratum, ijs, qui Aſtronomicarum rerũ periti ſunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæq́ue defectibus habetur ſermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt vtentes oſtendiſſe quòd tres conſequenter Defectus æquali ſpatio ab inuicem diſtantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt ſecundus tanto temporis ſpatio diſtet à primo, quanto tertius à ſecundo. Exempli gratia, ſi poſt primum ſecundus ſex menſibus, vigintiq́ue diebus elapſis factus fuit: Tertium vtique poſt ſecundum tanto tẽporis ſpatio minimè factum eſſe, verùm aut maiori, aut minori. hoc autem ſic ſe habere per ſeptimum Theorema demonſtrari. & non hoc ſolùm Elementorum inſtitutorem tanquam ad Aſtronomiam nobis conferens obiter oſtendiſſe, verùm multa quoque alia Theoremata, atq; Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulorum Figuræ Latus Circulo inſcribit, cuius gratia quis dixerit eũ proponere niſi ad Aſtronomiam huiuſce Problemaris relationis? qui enim deſcripſerunt in Circulo per Polos tranſiente Quindecangulũ,



Tertius.

Dubitatio

Solutio.

Tres defectus cõſequẽter ęquali ſpatio diſtantes eſſe nõ poſſunt.

Vltima propoſitio libri quarti quõ ad Aſtronomiã confertur.

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quindecangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Elementorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præostendere, ad illam quoque scientiam nos præparans. Cùm autem simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theoremate ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi locum præbuit. siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Casuum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens.
Dubitatio Ad hanc igitur Quæstionem hęc dicta sint. Siquis autem dubitet qua ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,
Solutio. & Triangula (inquam) & reliquos Angulos; æquales esse: Dicemus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque omnibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igitur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tãquam
Documentum. consequentia sumpsisse. Videtur autem verticalium Angulorum ęqualitatem, Laterum illos Angulos cõprehendentium, Basiumque æqualitas efficere: neque enim Basibus inæqualibus existentibus ijdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus suppositis, verùm dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur, & dum crescit illa, Angulus quoque vnà crescit. neque ijsdem Basibus existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angulus manet, verùm dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò augentur, iminuitur. Contrariam .n. passionẽ Anguli, Lateraque illos cõprehendentia patiuntur. etenim si in eadẽ Basi Latera in inferiorẽ partẽ descẽdere intelligas, ipsa quidẽ diminuis, Angulum aũt ab ipsis cõprehensum auges, maiorẽque ipsorũ ab inuicẽ distantiam efficis. Si aũt in altũ ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quẽ continent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis remoto à Basi facto. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadẽ existẽs, & Latera ęqualia existẽtia, ipsius Anguli ęqualitatẽ determinãt.

TEXTVS

Propō 9. Probl. 4. Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Cõm. 13. PRoblematibus Theoremata admiscet, Theorematibusque Problemata contexit, & vtrisque totã Elementarem institutionem cõficit, tũm quidem Subiecta comparãs, tũ verò Symptomata circa subiecta

ipsa

ipsa considerans. Cùm itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo ęqualitati Laterum consequentem ęqualitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quòd Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineũ bifariam secare. Et manifestum, quòd Angulus hic quidem iuxta Formã est datus. Rectilineus .n. dictus est, & non quicunque. nam omnẽ Angulũ bifariam secare secundũ Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites vtrũ possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiã sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariã secare possibile est, paucis eorũ, quæ posterius tradenda sunt vtentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non trascendentem, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autẽ manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomedes quidẽ ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinẽ, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippię, Nicomedisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes ijs, qui instituuntur contemplatu difficiles cùm sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis cõmodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circunferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solũm bifariam, verùm etiam Trifariam secare. & ab ijsdem Lineis prisci omnẽ Circunferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantùm, & Circunferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circunferentiamque bifariam tantùm secuit. Species autem, quæ ex his mistione constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiuscemodi inquisitiones, quæcunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solùm, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profectò est, quod etiam in præsentia proponitur Problema: Datum Angulũ

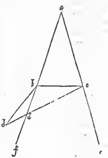
Circa hoc Vide Vitellionẽ in 28. Propositione primi.

NicomPedes proprietatis Conchoidũ Linearũ fuit inuentor.

In Propositione 30. tertiĩ Elemen.

Hic tradit causam propter quã Eucl. rectilineũ Angulũ solũ, & Circunferentiam in duas rãtũ partes ęquales secuit.

gulum rectilineum bifariam secare] in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione,& primo,ac tertio Theoremate: in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate vtitur. omnino siquidem
In lib. 2. cap. 8. Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autē
Instantia. quidam aduersus Geometram instent dicentes,quod apud ipsum cōstituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verùm aut in altera,aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quod dicitur,per elementa. Sit Angulus b a c,quem bifariam secare oportet.& in Linea a b, Signum b, & ipsi b a æqualis c a, & connectatur b c, cōstituaturque in ipsa Triangulum æquilaterum b c d. hoc porrò d Signum aut inter a b, a c rectas Lineas est, aut in a b, aut in a c, aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit,& propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearū ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam
Solutio. vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea a b, ita vt b c d Triangulum æquilaterum sit. Aequalis igitur est d b, ipsi d c,&

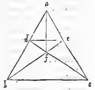


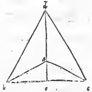
Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet c b d, & Angulus b c d. Totus igitur b c e maior est Angulo c b d. Rursus quoniam a b, ipsi c a æqualis est, Triangulum a b c æquicrus est, & Angulos, qui sub b c Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur b c e, Angulo c b d æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea a b d esse non potest. Similiter ostendemus quòd neque etiam in Linea a c e. Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniā igitur b d, ipsi c d æqualis est, Anguli, qui ad Basim, equales sunt, nempe b c d,& c b d. Maior igitur est Angulus b c d, Angulo c b f. multò igitur maior est b c e, ipso c b f. verùm æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidē b c Aequicruris a b c sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra duas

duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quòd Instantias redarguimus hoc vtentes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quòd plura scientię oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quòd hanc Geometræ præstat vtilitatem. Siquis autem dicat sub Basi b c locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ b a, a c constituere, necesse vtique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis b a, a c congruere, si ipsæ quoque Basi c b æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi b c minores: aut intra, si ipsæ b a, a c, ipsa b c maiores fuerint. Congruant primùm, sitque Aequilaterum ipsum b a c, & sumatur in Latere a b Signū d, & à Latere a c auferatur æqualis ipsi a d, quæ sit a e, connectanturque d e, b e, c d, a f. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi a e æquales sunt, duæ b a, a e, duabus c a, a d æquales sunt, eūdemque Angulum comprehendūt. Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus d b e, Angulo e c d ęqualis est. Aequalis autem est & d b ipsi e c: & b e, ipsi c d. Et omnia igitur omnibus ęqualia sunt. Quapropter Angulus d e b, Angulo e d c æquus est. sub his n. ęqualia Latera subtendunt. Et d f igitur ipsi e f (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur a e, ipsi a d ęqualis est, & a f cōmunis, Basisque d f, Basi e f ęqualis, Angulus d a e ī duas partes ęquales dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra b a, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, sint b d, d c, connexaque d a producatur vsque ad Signū e. Quoniam itaque b d, d c æquales sunt, communis autem d a, Basesque b a, a c ęquales, Angulus quoque b d a (per octauum) Angulo c d a ęqualis est. Rursus quoniam b d, d c æquales sunt, & d e cōmunis, Angulosque æquales continent (vt ostensum est) Basis quoque b e, Basi e c (per

Idē superius in cō. 9. 10. & 11.

Varij huius Theorematis Casus.

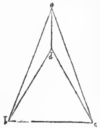




quar-

quartum) æqualis est. Quoniam igitur a b æqualis est ipsi a c, communisque a e, Angulus quoque b a e, Angulo c a e æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra a b, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, vt ipsa b d, d c, connectatur rursus Linea a d. Quoniam itaque b a, ipsi a c æqualis est, communisque ipsa a d, Basis autem b d æqualis est Basi c d, et Angulus ergo b a d Angulo c a d (per octauum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signũ a, quomodocunque Aequilaterum constituatur. Veruntamen quoniam de his quoque summatim diximus, ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcientes circa Angulum datum, quòd quadrupliciter dari potest. etenim Positione, vt quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, vt quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mistum dicimus: & Ratione, cùm duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, vt cùm tertiã partem Recti dicimus. Præsens autem Angulus Forma tantùm datus est.

Documẽtum.



TEXTVS

Propõ 10, Procl. 5.

Datam rectam Lineam finitam, bifariam secare.

PRoblema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex vtraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantùm, vbicunque Signũ sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio. illa enim, quæ in eisdẽ partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessariò est maior. Reliquum igitur est vt ex vtraque parte finita accipiatur quæ bifariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc:

Cõm. 14.

Dubitatio

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartibilibus constet, aut ex imparibus finita, cõpletaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quoque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cùm ex pluribus impartibilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest vt data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartibilibus constat. Si autem nõ ex impartibilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidẽ Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est. quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cùm enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem cõmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiã dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cùm minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronunciatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cùm finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo insecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest vt bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadã Recta (omnis siquidem Circularis protsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cùm ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonstratione verò, quarto solo: per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariã secturi sumus, & Cẽ-

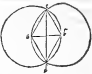
Solutio ex Gemini sẽtentia.

Vide Aristo. in libello de Lineis isecabilibus.

Confutatĩ hic Xenocratis opinio de Lineis isecabilibus. vid. et Ari. in libello de Lineis insecabilibus.

Apollonii Pergei Demõstratio

tro



tro quidem a, interuallo autem a b, Circulus describatur. Rursusq́ue Cẽtro quidem b, interuallo verò b a, alius Circulus designetur, & connectatur ad communes Circulorum sectiones recta Linea e d. hæc bifariam secat rectam Lineam a b. cõnectantur enim d a, d b, & e a, e b, quę ęquales sunt. nam vtraque ipsi a b ęqualis est. Communis autem e d, & d a, ipsi d b per eandem rationem æqualis est. Angulus ergo a e d, Angulo b e d ęqualis est. Quamobrem a b (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æquilatero quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angulum nẽpe, qui ad e Signũ est bifariã dissectũ suscepisse, bifariam eum esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multò igitur melior Elementorum institutoris Demonstratio est, cùm & simplicior sit, & ex principijs scaturiat.

Epilogus.

Melior est Eucli. Demõ Demõstratione Apollonii

TEXTVS

Propo. 11. Probl. 6.

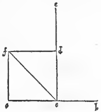
Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos excitare,

Com. 15.

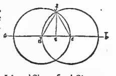
Siue ex vtraque parte finitam, siue ex vtraque infinitam, siue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cõmodè Geometræ succedet. quanuis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus. Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione datum est, cùm in recta Linea Positione tantùm iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio, vel Positio nón fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo vsus Theoremate, atque Tertio, vnaq́ue Petitionum, prima scilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaq́ue Definitione, propositum ostendit. Si autem quidã in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostendemus.

Casus problematis.

mus. Sit enim recta Linea a b, datumque in ea Signum a, & sumatur in recta Linea a b quodcunque Signum, fitque illud c, & ab hoc (quemadmodum Elementũ nos docuit) ipsi a b, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, fitque illa c e, & ab ipsa c e, ipsi a c æqualis abscindatur d c, & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea c f, & à Signo d, ipsi e c ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea f c in Signo f, & à Signo f, ad Signum a connectatur f a. Dico quòd Angulus, qui



ad Signum a, rectus est. cùm .n. d c, ipsi c a æqualis sit, cõmunis autem c f, Angulosque æquales continẽat. (Angulus .n. qui ad Signum c, bifariam sectus fuit) & d f igitur, ipsi f a æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a, Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d, Rectus igitur est & qui ad Signũ a. Quęsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, vt quę excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineã ad Angulos rectos excitat hoc modo. Sit .n. (inquit) data quidẽ recta Linea a b, datum verò in ea Signum c, sumatur aũt in ipsa a c quodcunque Signũ, fitque illud d, et ab ipsa c b, ęqualis ipsi c d auferatur, quę sit c e, & Centro quidẽ d, interuallo verò d e, Circulus describatur, rursusque Cẽtro quidem e, interuallo autem e d, Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f, ad Signum c. Dico quòd hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. ſi .n. f d, f e connexæ fuerint, æquales erunt. Aequales autem sunt & d e, c e, & cõmunis f c. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Videsne rursus quòd ma- Apol'lonii Demõ. Comẽdat Euclidis Demõnẽ.



gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorẽ, Circulorumq́ue descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilatarum designaret, propositumque ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidẽ præsupponit eorũ, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisq́ue institutionis ordine omnino decidit.

Dãnat Demõné, quę fit per Semicirculos.

TEXTVS

Propõ 12. Probl. 7.

Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nõ est, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cõm. 16. Oenopides prim⁹ fuit huius Problematis indagator.

HOc Problema Oenopides primus indagauit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomõ etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantùm ab illa differens, cùm Subiecto eadem sit, quemadmodũ (inquit ipse) & Gnomon. Duplex aũt rursus Perpendicularis est, alia quidẽ plana: alia verò, solida. & cùm quidẽ Signũ, à quo Perpẽdicularis recta Linea ducitur, in eodẽ Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cùm verò Signũ sublime, extraq́ue subiectum Planũ fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidẽ ad rectã Lineã ducitur: solida aũt, ad Planũ. Propterea necessariũ ẽt est illã non ad vnã rectã Lineã rectos Angulos facere, verũ ad omnes, quę in eodẽ Plano sunt rectas Lineas. ad Planũ.n. Perpendicularis deducta fuit. In præsenti igitur Problemate Elementorũ institutor planã Perpẽdicularẽ deducere proponit. ad rectã siquidẽ Lineã deductio proponitur, & quatenus oĩa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaq; ad Angulos rectos quoniã Signũ in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpẽdiculari aũt, datã rectã Lineam infinitã supponit, quoniam Signũ, à quo Perpẽdicularis ducetur extra rectã alicubi iacet. si.n. infinita nõ esset, catenus Signũ accipere possemus, vt extra quidẽ datã rectã Lineã esset, in directũ ipsi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaq́ue haud bene succederet. Idcirco infinitã posuit rectã Lineã, vt ad alterutrã tantũ ipsius partẽ Signũ accipiatur, nusq; loco ipsi relicto, in quo datę rectę Lineę in directũ esse possit, nisi in illa, & nõ extra illã ponẽdũ sit. Hac igitur

Duplex perpendicularis.

de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quòd Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quòd itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta vllam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiuscemodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multò minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantùm subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eò quòd vim impartibilem habet, quæ assiduè progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit. quod enim tanquam quod percurri non potest reliquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cùm datam infinitam Lineam in Phantasia posuissemus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiuscemodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito vtitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationē vtitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitū assumit. quoniā si concesseris ipsi datū signū neq; in directū finitę datę rectę Lineę iacere, neque sic ab ipsa distare, vt nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, controuersiaque ipsa vtatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phan-

Digressio

Aristo. 3. phy. in c. de infinito.

Infinitum in Phantasia subsistit.

Pulcherrimum exemplum.

Phantasia habet vim impartibilem. idem in 2 libro côm. 1.

X 2 tasię

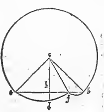
tasiæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vtitur.

Finis Digresſionis

De Infiniti itaque ſuppoſitione tot in præſenti ſufficient. Poſt hæc aũt veniamus ad Inſtantias, quæ aduerſus huiuſce Problematis Conſtructionem feruntur.

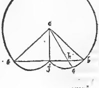
Inſtantiæ huius Problematis.

Suſcipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita exiſtente a b, Signoq́ue dato, à quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quẽadmodum inquit Geometra. verùm Circulus, qui ſecat rectam Lineam a b in Signis a b, ſecet etiam ipſam in Signo f, ſitumq́ue ſubſcriptum habeat.



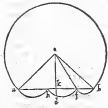
Reſpõſio.

Aduerſus itaque hunc ſermonẽ dicemus quòd impoſſibile dicit. ſecetur .n. recta Linea a b bifariam in Signo h, cõnectaturq́ue c h, & producatur vſque ad Circunferentiam ad Signum d, connectanturq́ue c a, c b, c f. Quoniam itaq; ex Centro hæ ſunt, & a h, ipſi h b equalis eſt, cõmunis verò c h, omnia omnibus æqualia ſunt. Ipſa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rurſus quoniam c a, c b æquales ſunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verùm c a quoque, ipſi c f equalis eſt, quamobrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis eſt. Similiter Angulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales ſunt, Angulus quoq; c f a, Angulo c f b æqualis eſt, ſuntque deinceps, Recti igitur ſunt. Eſt autem vterque etiam Angulorum, qui ſunt ad Signũ h, rectus. Ipſa igitur c h, ipſi c f æqualis eſt. At c f etiam æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt. & c h igitur, ipſi c d equalis eſt, quod fieri nõ poteſt. Nõ ſecat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b. Siquis aũt dicat quòd qui deſcribitur Circulus ipſam a b in Signo f bifariam ſecat, rurſus idẽ impoſſibile oſtẽdemus. Deſcribantur .n. omnia vt prius, & recta Linea f b bifariam ſecetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b equales ſunt, cõmunis autẽ c f, Baſisq́ue c a, Baſi c b æqualis, omnia

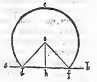


omni-

omnibus æqualia sunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f, recti sunt. Rursus quoniam æqualis est f h, ipsi h b, cõmunisqúe c h cõnexa, & Basis c f æqualis Basi c b, ex Centro.n.sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h, recti sunt. æquales.n. deincepsqúe sunt. Quoniã igitur vterque Angulorum c f h, c h f rectus est, æqualis est c f, ipsi c h. Verùm c f, ipsi c e æqualis est, ex Centro enim sunt, & c h igitur, ipsi c e inæqualis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Tertiam Instantiam percurrere. Secet.n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b, & in Signis f, h. Nos itaq; secãtes rectam Lineam a b bifariam in Signo k, & cõnectentes Lineas c a, c f, c k, c b id, quod fieri nõ potest ostẽdemus. cùm enim a k, k b æquales sint, & communis c k, Basesqúe c a, c b æquales, & Anguli igitur, qui ad a b Signa, æquales sunt, qui autem ad Signũ k, recti. Verùm vtraq; ipsi c f æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f, recti sunt. æquales sunt.n. deinceps existentes. ipsa igitur c f æqualis est ipsi c k. rectos.n. Angulos subtendunt. At c f æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt, c d ergo, ipsi c k æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt in vno Signo, vel in duobus, vel ĩ pluribus alijs præter Signa a b Circulus, qui describitur rectam Lineam a b secet. Instantiæ itaque hæ sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instãtijs sunt distinguendi. non.n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem afferunt, incertumqúe est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enũtient. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita a b datum autẽ Signũ c. Dicit itaque aliquis quòd nõ est amplius locus in altera rectæ Lineæ parte, sed in illa tantum vbi Signum c

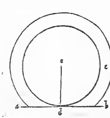


Quõ differat Casus ab Instãtia. de quo vide ẽt superius cõ. primo huius libri.



Casus huius Problematis.

iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem e, & interuallo e d, Circuli Circunferētiam describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas e d, e h, e f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem e h, & e d ipsi e f æqualis est (ex Cētro.n.sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpēdicularis ergo est e h ad ipsam d f.



Quin etiam siquis dicat Circulum, qui describilur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem e, interuallo verò e e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problemaris casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si

Digressio libet autem contemplationem quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò; vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendentis, Infinitudineque iuxta generationem minimè repleræ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Termino, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesue à generatione paritur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusue, firmusque, atq; indecliuis ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentiæ à materialibusque separatæ imaginem afferr, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibi-

Vnum hic pro Deo

litatis,

litatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cùm tanquam motus sit, indeterminata est : terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participans, † vnaque cum Mente progrediens. † Mentiq; adhęrẽs.

TEXTVS

Cùm recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. Propõ 13. Theor. 6.

AD Theoremata rursus transiuit ea consequens, quæ per Problemata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis, & ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquũ erat quærere, si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se habentes ad rectam Lineã efficiet quæ in ipsa consistit. Hoc igitur vniuersaliter ostẽdit quòd omnis recta Linea super quadam recta Linea cõsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius indecliuis, firmus, nusquamque vergens fuerit : aut duobus rectis ęquales, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentiæ Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quòd omnis recta Linea super rectam consistẽs Lineam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in rectę Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulũ, accidit ne quandoque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest. omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quemadmodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum, qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tanquam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit. Opus est itaq; rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid autem sibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis ęquales]? etenim cùm duos rectos fecerit, duobus rectis ęquales efficit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqualium quoq; Angulorum cõmune est, alterum verò ęqualium tantùm proprium? Consueuimus autem cùm quidem & proprium, & commune

Cõm. 17.

Dubitatio

Solutio.

mune

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus, cõmuni contenti esse ad subiectarum rerum explicationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cõmune est, verùm non solùm de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorũ peculiare existit. Solùm igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solùm verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoq; institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cùm.n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtrobique Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspicere quòd æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quamuis.n. Obtusi, Acutiqúe Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaqúe sit, à Recto tamẽ finẽ, terminumqúe suscipere dicitur, & vterq; quidem seorsum à similitudine ad illũ recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autẽ ad Recti simplicitatem æquiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatẽ recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cùm per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarũ causarum, iuxtaqúe vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistẽtium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefiniteqúe fertur intellectilibus congruit, quod ãmodoqúe ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentijs ipsa progrediuntur, seseqúe tantùm multiplicant? quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateqúe manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsenti quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Digressio Idẽ superius in lib. 2 cõ. 10. & alijs in locis.

Epilogus.

Propõ. 4. Theor. 7.

TEXTVS

Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusq; signũ duæ rectæ Lineæ consequenter, non ad easdem partes positæ, eos, qui deinceps sunt Angulos duobus rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt.

Cõm. 18. PRæsens Theorema præostẽsi Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cùm itaq; illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidẽ ad aliquam Rectam duos, qui efficiũtur Rectos,

ostẽ-

ostendit autem quòd vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictã rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemqúe ad impossibile ostenditur. hoc modo.n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoq; summam, eximiamqúe orationis scientiam gignentis diligentiã aspicere. nam primò quidem cùm dixisset, si ad aliquam rectam Lineã, addit [ad eiusqúe Signum] quid .n. si duobus rectę Lineæ Extremis existẽtibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusqúe rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusqúe Signum] cùm vtrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulã [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbũ [cõsequenter] tum ad easdem partes, tum vtrobiq; cõsideratur: Lineas autem quę ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobique positione sunt accipiendæ. hæ siquidem in directum etiam esse ostẽdi poterunt.

Conuersa Theoremata per Deductionẽ ad impossibile vt plurimũ debẽt ostẽdi, pblemata verò p pcipuã Demõnẽ, cuius causã vide inferius in cõ. Propõnis 19.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusqúe Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b e, b d hæ itaq; cõsequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hasce consequẽtẽr esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis .n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaq; ad easdem partes iacẽt, in directum minimè sunt, licet duos etiã Angulos faciant duobus rectis ęquales, Angulos nempe, qui ad † Lineã a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamqúe recti partem in se continere: Angulum verò a b e duas reliquas Tertias es-



Vide Definitionem hãc apud Proclũ in lib. de motu.

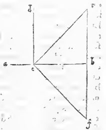
† Signum b sunt.

Y se.

esse. tot de Propositione sufficiant. In Constructione autem vna Petitione vtitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theoremate, duobusqúe Pronuntiatis, eo scilicet, quod quę eidem æqualia ad inuicem quoq; esse ęqualia dicit: & eo, quod si ab æqualibus, æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse. Ad impossibilis autem collectionem, Pronũtiato, quod ait Totum sua parte esse maius, est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non potest. Quòd autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad eiusqúe Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem tamen partes, Angulos, qui ad vnam illã rectam Lineam sunt, duobus rectis ęquales efficere, ostendemus sic, quemadmodũ & Porphyrius.

Porphyrij Demõ.

Sit quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipsa Signum c, & ipsi a b exicitetur ad Angulos rectos recta Linea c d, secceturqúe bifariã Angulus d c b per Lineam c e, & à Signo e ad Lineam a b ducatur perpẽdicularis e b, & producatur ipsa e b, ponaturqúe ipsi e b æqualis b f, & connectatur c f. Quoniam itaq; e b, ipsi b f æqualis est, communis autem est b c, ęqualesqúe continent Angulos (recti enim sunt) Basis igitur e c, Basi c f æqualis est. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Angulus ergo e c b, Angulo f c b æqualis est.



Angulus autem e c b recti dimidium est. rectus siquidem d c b bifariam sectus fuit per Lineam e c. dimidium ergo recti est & Angulus f c b. Vnus igitur rectus, rectiqúe dimidium est Angulus d c f. Est autem & Angulus d c e dimidium recti. ad rectam igitur Lineã c d, ad eiusqúe Signum c, duæ rectæ Lineæ consequenter positę sunt, ad easdem partes, ipsæ nempę c e, & c f Angulos duobus rectis ęquales facientes, dimidium quidem recti ipsa c e, vnũ verò & dimidium ipsa c f. Ne igitur ea, quę fieri non possunt quęramus, quonam pacto scilicet c e, c f rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam d c duobus rectis ęquales facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit Geometra particulam [non ad easdem partes] Oportet ergo ad vtrasq; rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus

bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hasce, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.

TEXTVS

Si duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, Angulos qui sunt ad verticem, equales efficiunt. Propõ 15. Theor. 8.

Angulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantùm ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē in secta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nã Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertio decimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua ęqualia sunt. Verumenimuero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineę in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipsa Signum c, & ad Signum c duæ rectæ Lineæ c d, c e non ad easdē partes sumātur facientes Angulos a c d, b c e equales. Dico quòd in directum sunt ipsæ c d, c e. Cùm enim recta Linea c d super rectam Lineam a b insederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe d c a, d c b. Verùm Angulus d c a, Angulo b c e æqualis est. Anguli igitur d c b, b c e duobus rectis æquales sunt,

Côm. 19.

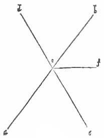
Anguli deinceps qui sint.

Anguli ad verticem qui sint.

Thales fuit prim^s huius Theorematis inuentor referēte Eudemo. Euclides verò primus hoc demōstrauit.

Conuersū huius Theorematis.

Demō Cōuersi præsentis Theorematis.



Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam b c, ad eiusqúe Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter c d, c e non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ c d, c e. Conuersum igitur præsenti Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eãdem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quartum decimum ostendimus. ijsdem .n. suppositis, dico quòd recta Linea c d, rectæ Lineæ c e in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi c d in directum recta Linea c f. Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant a b, & d f, Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur a c d, b c f æquales sunt. Erant autem a c d, b c e quoq; Anguli ęquales. Angulus ergo b c e, Angulo b c f æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam c d, ipsi c e in directum erit. Ipsæ ergo c d, c e rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cùm itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cõuersionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiũ similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusqúe situi considere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque inclinationes, ad ipsasqúe habere necesse est. Circunferentiæ siquidē, omninoqúe non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessariò æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. si .n, duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verùm non etiã reliquos, vtrinq; cauum scilicet, atq; vtrinq; conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmentorũ

[Marginal notes: "Cur Euclides hoc ꝑtermiserit" (beside "Videtur autē Geometra hoc prætermisisse"); "Alia eiusdē ostēsio indirecta." (beside "rectæ Lineæ c e in directum est"); "Documentum." (beside "Exercitationis autem gratia")]

torum ad alterius segmenta distantiam efficit.

TEXTVS

Ex his porrò manifestum est, quod si duæ rectę Lineę se inuicem secuerint, quatuor Angulos quatuor rectis ęquales faciunt. Corollarium.

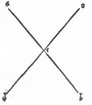
VNum quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc autem duplex quidpiam significat. vocant.n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnà cum aliorum Demonstrationibus probātur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumēta quærentium existentia: & quæcunq; quęruntur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; generationis solæ causa quæruntur, neq; simplicis contēplationis. nam quòd quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contēplari oportet, existentiumq; rerum huiuscemodi cognitio est. Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hęc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq;.n. Quæsitorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum construxit. verùm de huiuscemodi quidem Corollarijs dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidē cùm aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa verò non pręcipuè quæruntur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nā quærebatur quidē si duabus rectis Lineis se inuicē secātibus, Anguli ad verticē ęquales sunt. Dum aūt hoc ostendebatur simul etiam demonstratū est, quòd quatuor qui fiūt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cùm.n. diceba-mus sint duæ rectę Lineę a b, c d se inuicē in Signo e secantes. quoniā igitur ipsa a e super ipsam c d stetit, Deinceps

Cōm. 20.

Duplex Corollariū dem in cōm 1. huius lib.

Primum tertij Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorū cōstruxit.



An-

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa b e super ipsam c d stetit, facit Angulos Deineeps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa e Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improuiso emergit. nam veluti eà quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilauimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposuere nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd vtiq; vera Dei munera, veraque lucra hæc sunt, non aût quę illi videntur. hęc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, feraxque sciētiæ vis præcipuis quæsitis adijcit, copiosas Theorematū opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicēdum. Diuidēda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præsens quidē Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secūdi Theorematis septimi libri Arithmeticorum Elementorum adijcitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematibus consequētia sunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta ostēsiones. nam alia quidē vnà cum vijs ostēdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directa ostēsione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsenti hæc quoq; sufficiēt. Præsens aūt Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æquales Angulos distribuitur, illi etiā admirabili Theoremati ansam præbuit, quod Tria hæc sola Multiangula totum, qui circa Signū vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verùm æquilaterum quidem Triangulum sexies assumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæque eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater. nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complēt,

Definitio Corollarij.

Vide Varronem in lib. de lingua latina

Corollariorū Diuisio.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documentum.

Admirabile Pythagoricum Theorema.

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocunq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunq;, omnes qui fiunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fient. & si duabus quidem rectis Lineis se inuicē secantibus quatuor erunt Anguli equales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterque in infinitum. semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, qua tuor nempe Recti.

TEXTVS

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus vtroq; interno, & ex opposito iacenti maior est. Propō 16. Theor. 9

QVi hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipuè Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi ansam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicunq; autem hanc è medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometrę familiari existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaque fuit, apud tamen Elementorum institutorē perfecta, integra'q; fuit perscripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiorē reperies. nam ambobus quidem simul æqualis paulò pòst ostendetur, vtroq; autem maior ex hoc ostenditur. & necessariò ad eos, qui ex opposito

Cōm. 21.

Philippi Mathematici obtrectatio referente Herone.

In 32. propositione.

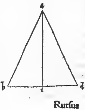
sunt

sunt ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, vtroque omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumque ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si verò Obtusangulū fuerit, fieri poterit vt internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deīceps sibi proximo ipsum cōparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur vtroq; internus maior est, nō autem eo, qui deinceps sibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Triāguli Angulus vtroq; interno, ex oppositoque iacenti maior est: & duo quilibet internorū Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò pòst in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppositoque existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hîc quoq; igitur in similibus Quæsita contexere, Propositionēque compositam efficere æquū esse censent. & est manifestū, quòd id quidē, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoq; erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vnūque Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiēdum est. dum enim Angulum externum supponimus, Latus tanquam productum præsuppoſuimus. Hęc de his. Assumemus aūt ex pręsenti Theoremate, q̈ fieri non potest vt ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres ęquales rectę Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaq; a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur a b c ęqualis est Angulo a c b.

Quorundā opinio.

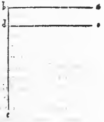
Eorū fundamentū. In 32. propositione.

Documentum. Corollarium tanquā sumptio.



Rursus

Rurſus quoniã ęqualis eſt a b, ipſi a d, Angulus a b d, Angulo a d b æqualis eſt. Erat autem Angulo a b c, Angulus a c b ęqualis. Angulus ergo a c b, Angulo a d b æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineæ ęquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonſtrabimus, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectæ illæ Lineæ Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idẽ & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exẽpli gratia, ſint a b, c d rectę Lineę, in ipſasq́ue recta Linea e b incidens Angulos a b d, c d e ęquales faciat, non coincident porrò rectę Lineæ a b, c d. ſi enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus c d e æqualis Angulo a b d. & cũ externus ſit, interno, ex oppoſitoq́ue iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos ęquales manere, ſed omnino illũ, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim a b immobili manente, c d ad ipſam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies diſtãtiam in Angulo c d e. nam quantò magis c d accedit ad ipſam a b, tãtò magis ab ipſa d e recedit. ſiue etiam manente ipſa c d, excogitaueris a b ad ipſam moueri, Angulum a b d, minorem efficies. ſimul .n. ad ipſam c d fertur, & ad ipſam b d. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem moueri feceris, ipſam quidẽ a b ad ipſam c d tendentẽ, Angulumq́ue a b e, contrahentem: ipſam verò c d ab ipſa d e recedentem propter motum ad Lineam a b, Angulumq́ue c d e creſcentem reperies. Neceſſariò igitur ſi Triangulum fuerit, & rectæ Lineæ a b, c d coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacẽti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulũ, altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocq́ue tibi cõ- Aliud Corollarium



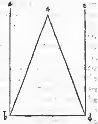
† Altera quidẽ ad eas partes in quibus internũ facit Angulũ tẽdẽre: altera verò ab iis partibus, in quibus externũ facit Angulũ ſeſe mouente.

ſiderandum eſt, quomodo rerum ortus veras Quęſitorum cauſas ante conſpectum nobis afferunt.

TEXTVS

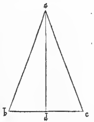
Propõ 17 Theo. 10. Omnis Triãguli duo Anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

Cõm. 22. In Propo ſitione 32 NVnc quidem indeterminatè oſtenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores, in ſequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd ſcilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipſius Anguli duobus Rectis ęquales ſunt. Quapropter ~~duo reliquo~~ Trianguli Angulo, duobus ſunt Rectis minores. Et Elementorum quidem inſtitutoris Demonſtratio manifeſtam habet viam. præcedenti ſiquidem vtitur Theoremate. Operæpretium eſt Documẽtum. autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inſpicientem præſentis Sympt̃omatis cauſam reperire. Sint igitur a b rurſus, & c d rectæ Lineæ, ipſi b d ad Angulos rectos. ſi itaque Triangulũ futurum eſt, rectas Lineas a b, c d ad ſe inuicem annuere oportet. ipſarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti.n. ſunt ante nutum. Conſimiliter autem, ſi etiam in Latere a b, rectas Lineas ad Angulos rectos ſtantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearũ nutũ: & Anguli, qui ſunt ad Signa a, b, erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc



ergo cauſa eſt, non autem externum Angulum vtroque interno, ex oppoſitoque iacenti maiorem eſſe. nam productum quidẽ eſſe Latus, neceſſarium non eſt, neque aliquem extrà conſtitutum eſſe Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores eſſe, neceſſarium eſt. Quomodo autem quod neceſſarium non eſt, neceſſarij cauſa erit? nullo certè modo. Verùm (quod iam dixi) cauſa quidem eſt id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linearum

rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autẽ Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus. Casus huius Theorematis.



Sit Triangulum a b c, sumaturqúe in Latere b c quodcunq; Signum d, & connectatur a d. Quoniã itaq; Triãguli a b d Latus vnũ productum est, ipsum scilicet b d, Angulus externus a d c, interno a b d maior est. Rursus quoniam Trianguli a d c Latus unum productum est, ipsum nẽpe c d, Angulus externus a d b, Angulo interno a c d maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa a d rectam Lineã, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur a b c, a c b duobus sunt Rectis minores. Similiter ostendemus, quòd Anguli etiam b a c, & b c a duobus Rectis minores sunt, in a c Latere Signum accipiendo, à Signoqúe b ad Signũ acceptum connectendo. & rursus Angulos c a b, a b c minores duobus Rectis affirmabimus in a b Latere Signũ suscipiendo, à Signoqúe c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest vt per hoc, illud quoq; ostendatur, q scilicet ab eodem Signo ad vnam rectam Lineam duæ Perpẽdiculares minimè ducentur. sint .n. à Signo a ad rectam Lineam b c duæ Perpendiculares a b, a c. Anguli itaq; a b c, a c b, recti sunt. At quoniam ipsum a b c, Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur a b c, a c b, duobus Rectis minores sunt. Verùm ęquales quoq; duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaq; fieri potest. Ab eodẽ igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur. Corollarium t ı q̃ Sumptio.

TEXTVS

Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum subtẽdit. Propõ 18 Theo. 11.

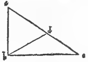
Cóm.23. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his ſubtenduntur, æquales efficit, Angulorúque æqualitas ſimiliter Latera ipſos ſubtendentia, æqualia oſtendit, per quintum, & ſextum Theorema didicimus. Quod autem inęqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum ęqualitas conſequitur, & è contrariò, per hęc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquã) & nonũdecimum. nam alterum quidem maiorem Angulum ſub maiori Latere, alterum verò ſub maiori Angulo maius Latus oſtendit. quippe quę conuertuntur quidem ſibi inuicem, in contrarijs autem rebus eadem contemplãtur Symptomata, quę quintum, & ſextum Theorema contẽplatum fuit.

Documẽtum. Manifeſtum autem eſt, quòd maius, minuſque Latus proportionaliter ſumemus, maximumque, medium, & minimũ diſtinguemus, Angulosque ſimiliter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius ſimpliciter, & Minus ſufficient. vnum ſiquidem eſt Latus, quod duobus eſt inæquale, aut maius, aut minus exiſtens, quẽadmodum

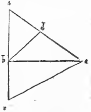
Digreſſio in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem oſtendunt, æquilateris, æquicruribusque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque ſcalenis. Cauſa autem eſt, quoniam Triangulorum alia quidẽ ex æqualitate ſola, alia autem ex ſola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta ſunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inęqualitatẽ conſtituuntur. atq; alia quidẽ Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autẽ per miſtionem vtriuſque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iſte permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figuriſque, Trilateras, Quadrilateras, cæteraſque conſequenter omnes. Verumenimuero & Finis tum quidem per ſimilitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis ineſſe Formis excogitatur: & Infinitũ tum quidem per diſſimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Miſtum interdum quidẽ ex ſimilitudinibus, & diſſimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Cauſa autem horum quoq; eſt, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque ſpectant. Hæc itaque aſſignauimus, quoniã hæc duo nobis aſſignantibus, manifeſtũ nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum inſtitutor dicens, non etiam ęquilateri dicit, ſed eius, quod maius, minuſque Latus habet. oportet ſiquidem Dato præcedenti Quæſitũ conſequẽs exiſtimare: quod autem maius, minuſque Latus

Finis Digreſſionis habet, huic ſub maiori Latere maiorẽ Angulum eſſe. Quoniam autem

tem Geometra cùm in Constructione Trianguli a b c, Latusq́ue a c maius Latere a b suscepisset, vt Angulo qui ad Signũ c Angulũ qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere a c, Lateri a b, æqualem rectam Lineam a d abscidit, dicat aũt aliquis, quòd oporteret a d Signum c ablationẽ fieri, age in hac quoq; suppositione Propositũ ostẽdamus quemadmodum Porphyrius. sit m. d c æqualis ipsi a b, & producatur a b ad Signum e, ponaturq́ue b e æqualis ipsi d a. tota igitur a e, toti a c æqualis est. connectatur e c. Quoniã itaque a e, ipsi a c æqualis est, Angulus quoq; a e c, Angulo a c e, per quintum æqualis est. Angulus igitur a e c maior est Angulo a c b. Est autem Angulus ẽt a b c maior Angulo a e c. Trianguli siquidẽ c b e vnũ Latus productum fuit, ipsum scilicet b e, & sic Angulus a b c externus cùm sit, interno, ex opposito'q; iacẽti maior est. Multò maior igitur est Angulus a b c, Angulo a c b, quod erat ostendendũ. Geometricę quidem præsentis Theorematis ostẽsiones huiuscemodi sunt. Manifestum est autẽ quòd causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nã maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illũ quoq; simul diminuit, magisq́ue contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in suis extremitatibus sitũ. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorũ quoq; magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atq; decretionem cõmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest vt idem Angulus à maiori, minoriq́ue recta Linea subtendatur: eademq́ue recta Linea maiorem, atq; minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus a b c, & sumatur in ipso a b Latere Signum d, & ipsi a d, æqualis auferatur a e, connectaturq́ue d e. Angulu n igitur, qui ad a Signum est rectæ Lineæ d e, b c subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor. infinitasq́ue



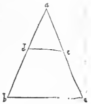
Porphyrii Demõ.

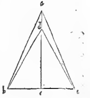


Documẽtum.

eodem

eodem modo Angulum a ſubtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere poſſumus. Sit rurſus a b c Aequicrus, ſitq́ue b c minor ipſis b a, & a e, conſtituaturq́ue ſuper b c Triangulum æquilaterum b c d, & connectatur a d, & producatur ad Signum e. Quoniam itaque Trianguli a b d, Angulus b d e externus eſt, maior eſt Angulo b a d. Similiter Angulus e d c maior eſt Angulo c a d. Totus ergo b d c maior eſt toto b a c, eademq́ue recta Linea ambos ſubtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Oſtenſum autem eſt, quòd etiam eundem Angulum maiores, minoresq́ue rectæ Lineæ ſubtendunt. Verùm in vno, eodemq́ue Triangulo vna recta Linea vnum ſubtendit Angulum, & maior quidem ſemper maiorem, minor verò minorem, cauſamq́ue contemplati ſumus.





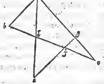
TEXTVS

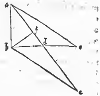
Propō 19 Theo. 12. Omnis Trianguli ſub maiori Angulo maius Latus ſubtendit.

Cōm. 24. HOc præcedenti Theoremati cōuerſum eſt. & eſt ſimplex in vtroque tum Datum, tum Quæſitum. & quod quidem illic Concluſio, hîc Suppoſitio: quod verò illic Suppoſitio, huiuſce Concluſio eſt. Præceſſit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: ſequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales ſupponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonſtrationis modus in illo quidem oſtendens eſt, in hoc verò, per Deductionem ad impoſſibile Propoſitum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non poteſt. Angulis .n. inæqualibus exiſtentibus, dico (inquit ipſe) quòd Latera quoque inæquales Angulos ſubtendentia, inæqualia ſunt. &

maius

maius maiorem datum Angulum subtendit. si .n. quę maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verùm si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremque minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autē potest vt sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptiunculam demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansque Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum a b c, seceturque bifariā Angulus qui ad Signum a, per rectam Lineam a d, & ipsa a d secet Basim b c in partes īequales, sitque pars c d maior parte b d. Dico quòd maius est Latus a c, Latere a b. Producatur a d ad Signum e, & ponatur æqualis d e, ipsi a d. & quoniam d c, ipsa d b maior est ponatur d f æqualis ipsi b d, & connectatur e f, & producatur vsque ad Signum g. Quoniā itaque a d, ipsi d e: & b d, ipsi d f ęquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosque æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur b a, Basi e f ęqualis est, & omnia ergo omnibus ęqualia sunt. Quamobrem Angulus quoque d e f ęqualis est Angulo d a b. At hic ipsi d a g inæqualis non est. Quapropter Latus etiam a g, Lateri e g æquum est, per sextū. Latus igitur a c, Latere e f maius est. Latus aūt f e æquale est Lateri a b. maius est ergo Latus a c, Latere a b, quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quòd sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum a b c habens Angulum qui ad Signum b, maiorem Angulo qui ad Signum c. Dico quòd Latus a c maius est Latere a b. Secetur b c bifariam in Signo d, & connectatur a d, & ducatur d e æqualis ipsi a d, & connectatur b e. Quoniam itaque b d, ipsi d c: & a d, ipsi d e æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur b e, Basi a c æqualis est, & omnia omni- Sumptio.





omnibus. Quamobrem Angulus etiam d b e, Angulo qui ad Signũ c æqualis est, minor autem Angulo a b d. Secetur igitur bifariã Angulus quoque a b e per rectam Lineam b f. Maior est igitur e f, ipsa f a. Quoniã itaq; Trianguli a b e, Angulus qui ad Signum b, bifariã sectus fuit per rectam Lineam b f, & maior est e f, ipsa f a, maius est (per præostensum) Latus b e, Latere b a. ipsa autẽ b e, ipsi a c æqualis ostensa fuit. Latus igitur a c maius est Latere a b, Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quòd Elementorum institutor va- Documẽtum.
rietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneq́ue vsus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per impossibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quàm præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuersa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Causa ꝑpter quã Conuersa Theoremata per ĩpossibile ostẽdunt.

TEXTUS

Propõ 20 Theo. 13.

Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta.

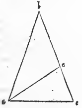
Cõm 25. Epicureorũ impugnatio.

PRæsens Theorema impugnare quidem Epicurei consueuere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quę clara sunt probatione digna censere, immanifestisq́ue per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileq́ue manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hęc itaq; dicendum quòd pręsens Theorema sensu quidẽ manifestum est, non autem & scientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus. Respõsio.

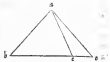
Exẽpli

Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoqꝫ sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat conuincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quòd mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrùm per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est? Sit igitur hoc quoqꝫ, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoqꝫ præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quascunqꝫ Heronis, Porphyriíque familiares recta Linea minimè producta descripsere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum a b c, oportet itaqꝫ Latera a b, a c Latere b c maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam a e. Quoniam itaque Trianguli a b e, Angulus a e c externus est, maior est Angulo b a e. Verùm Angulus b a e Angulo e a c æqualis positus fuit. Angulus igitur a e c maior est Angulo e a c. Quapropter Latus quoqꝫ a c, Latere c e maius est. Eadē sanè ratione Latus etiā a b maius est Latere b e. Trianguli enim a e c, Angulus a e b externus est, maiorqúe Angulo c a e, hoc est Angulo e a b. Quapropter Latus quoque a b, Latere b e maius est. Latera ergo a b, a c toto Latere b c maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū a b c. Si itaqꝫ æquilaterum est Triangulum a b c proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem vtroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa b c maior, abscindaturqúe alterutri illorum ęqualis, quę sit b e, & connectatur a e. Quoniam igitur Trianguli a e b, Angulus a e c externus est, maior est Angulo b a e. eadem sanè ratione Angulus etiā a e b, Angulo c a e maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorū b e a æqualis est ipsi b a e, siqui-

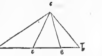
Porphyrii & Heronis Demonstrationes.



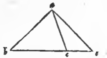
dem a b, etiam ipsi b e equale est. reliquus igitur a e c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æqua le Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò

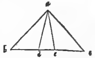


Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se nanque vtroque maius est. Si aūt Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæreremus, vt in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis vtentes. Sit rursus quod



Demõ per Deductiõ nē ad impossibile. cunctis Trianguli a b c. Dico ꝙ Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturque b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e equalis est, equales subtendunt Angulos. Similiter porrò & quoniam a c, ipsi c e equalis est, equales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturque ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoque b d a, Angulo b a d inequalis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c equalis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniā Trianguli a d c, Angulus b d a exter-





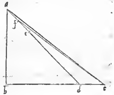
externus est, Angulo e a c est maior. maior est nanque ipso c a d. Pari ratione & quoniam Triãguli a b e, Angulus c e a externus est, maior est Angulo b a d. etenim Angulo b a e maior est. Anguli ergo b d a, c e a duobus b a d, e a c maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur a b, a c neque æqualia sunt Lateribus b c, neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.

TEXTVS.

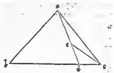
Si super vno Trianguli Latere duę rectę Lineę ab Extremis incipientes introrsum constitutę fuerint, quę constitutæ sunt rectę Lineæ, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt. Propõ 21 Theo. 14.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorẽ, euidens est: Theoremaque prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex pręostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostẽdendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis cõprehensum Angulo ab externis comprehenso maiorẽ, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex opposito que iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis sunt disciplinis cõmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusque alias minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc.n. ostenso, simul quidẽ manifestum erit, quòd necessariò Elementorũ institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superque vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituantur: simul verò (quòd iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto Cõm. 16. Quoddã admirabile in Geometria.

constituuntur Latere, externarum minores sunt; quę verò super parte, maiores? Sit itaq; rectangulum Triangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere b c quodcunque Signū, sitque illud d, & connectatur a d. Maior est igitur a d, ipsa a b. Auferatur ab ipsa a d, æqualis ipsi a b, quæ sit d e, & diuidatur e a bifariam in Signo f, & connectatur f c. Quoniam igitur a f e, Triangulum est, ipsæ a f, f c maiores sunt ipsa a c. Verùm a f æqualis est ipsi f e. Rectæ Lineæ igitur f e, f c, ipsa a c maiores sunt. Aequalis autem est d e, ipsi a b. Rectæ Lineæ igitur f c, f d maiores sunt rectis Lineis a b, a c, & sunt intrà.

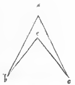


Sit rursus Triangulum æquicrus a b c Basim b c vtroque equalium Laterum maiorē habens, abscindaturque a b ipsa b c, æqualis ipsi a b, quæ sit b d, & cōnectatur a d, sumaturque in ipsa a d quodcunq; Signum, sitque illud e, & connectatur c e. Quoniam itaq; a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoq; b a d, Angulo b d a æqualis est. &



quoniam Trianguli e d c Angulus b d a externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe d e c. Quamobrem Angulus quoq; b a d, Angulo d c e maior est. Multò maior est igitur Angulus b a c, Angulo d c e, & continetur b a c quidem ab externis, d e c verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ d e, c e minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum. Parallelis non vtentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, Idē in lib. secūdo in com. 17. & minorē Angulum cōprehendētes. Cùm aūt hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoq; eorum, quę in Geometria admi-

admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum a b c. nam à quatuor quidem Lateribus ba, ac, ce, e b continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b, alterum autem qui ad a, reliquum verò qui ad c Signum est. Quadrilaterum ergo Triangulum est præsens Figura.



TEXTVS

Ex tribus rectis Lineis, quæ sunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum construere. Oportet autem duas reliqua esse maiores quomodocunq; assumptas. Propositio 22. Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliqua sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quę sint datis rectis Lineis æqualia construere. quippe qui hoc quidem primùm cognouit, quòd fieri non potest vt ex ījsdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construatur: ex ījs autem, quæ ipsis æquales sunt fieri potest. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hacq́ue de causa adiecit, quòd vtique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstruere: opus esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunque assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quę ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæq́ue per hanc solam additionem dissolui possunt. Præsens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua sunt maiores, quomodocunque assumptæ, Determinatum est, atque Possibile. fit enim hoc quoq;. Quemadmo-

Com. 27.

In 20. Propositione.

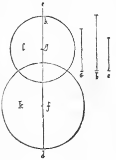
De Problematib⁹ Determinatis, Indeterminatis, Possibilib⁹, & Impossibilib⁹, de quib⁹ in com primo.

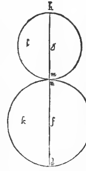
admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoq; Problematum iuxta Possibile enuntiatum, atq; Impossibile. Quòd autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometræ.n.verba sequemur. Sint tres rectæ Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet assumptæ reliqua sint maiores, iussumq́ue facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidē parte finita, vt putà ī Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k describatur. rursus'q; Cētro quidē g, īteruallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Circuli. hoc siquidem Elementorū institutor † fortitus est. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortasse enim vel tangunt tantùm se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem intersecare, aut tangere, aut distare ab inuicem. Dico itaq; quòd necessariò se inuicem intersecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaq; f Signū Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duæ igitur d f, g h, vni ęquales sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodū etiam a vnà cùm c, ipsa b est maior. illis siquidē sunt æquales. Aequales igitur ipsi, ipsaq́ue maiores sunt, quod fieri

Instantiæ huius Problematis.

† assūpsit.

Responsio





fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, vt ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a: ipsa autem f g, ipsi b: ipsa verò h g, ipsi c ęqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem intersecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triũ etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomodocunq; assumptas, non autem vni æquales, neq; ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales: distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



TEXTVS

Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum constituere. Propõ 23 Prob. 9.

PRoblema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuētum lucrum est, vt ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumq́ue in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessariò Euclides adiecit. quoniã nec fieri potest vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum .n. fuit quòd duo tantùm curuilineorũ Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iã ostensus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Côm. 28. Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referẽte Eude.

In côm. 2. huius lib.

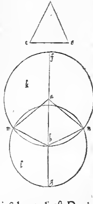
Fit

Nota, quod Angulus Figurę similis Securi, species est Anguli lunularis, & vocatur Pelecoides Angulus.

Fit aũt huiuscemodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandã rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui constituitur determinatum efficit, nõ autem specie indifferentem, sed aut rectilineum, aut mistum. cùm autem nullus mistus rectilineo æqualis esse possit, manifestum quòd ipse quoque omnino rectilineus est. Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter vsus, ex tribusq́ue rectis Lineis, quæ tribus datis æquales sunt, Triangulum machinatus, Propositum fecit.

Alia exquisitior huius Problematis Demõ.

Accipies autem Trianguli cõstitutionem exquisitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaq; facere id, quod iussum est. Cõnectatur c e, & producatur a b ad vtranq; partem vsq; ad Signa f g, & ponatur ipsi quidẽ c d æqualis, ipsa f a: ipsi autem d e, ipsa a b: ipsi verò e c, ipsa b g. & Centro quidem a, interuallo autẽ a f, Circulus k designetur. & rursus, vt in præcedenti, Cẽtro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l describatur. Circuli igitur se inuicem intersecant, quemadmodum superius ostensum est. Secẽt se in Signis m, n, à Signoq́ue n cõnectantur ad Centra rectæ Lineæ, similiterq́ue à Signo m. Quoniã igitur f a, ipsi a m & ipsi a n æqualis est: ipsi autem f a, æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m, & ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rursus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n æqualis est: ipsa autem g b, ipsi c e inæqualis non est, ipsæ etiã b m, & b n, ipsi c e æquales sunt. Verùm & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duæ igitur a b, a m duabus d e, d c inæquales nõ sunt, & Basis b m æqualis est Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est. Rursusq́ue duæ n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi c e ęqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est ęqualis, iussũq; dupliciter factum est. non .n. vnum tantùm, sed duos constituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,



vt in

vt in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adijcimus. Apollonij autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ijs indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum c d e, & rectam Lineam a b, Cẽtro quidem d, interuallo aũt c d, c e Circunferentiam describit. Similiterque Centro quidem a, interuallo verò a b, b f Circunferẽtiam designat. intercipiensque c e Circunferentiam æqualem ipsi b f, connectit rectam Lineam a f, Angulosque a, c æqualibus Circunferẽtijs insistentes, æquales affirmat. Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiã a b, ipsi c d æqualis est, vt Circuli quoque æquales sint. Huiuscemodi itaque ostensionẽ tanquam posterioribus vtẽtem ab Elementari institutione alienam esse censemus Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus. Dãnat Apollonij ostensioné.



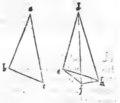
TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Basim quoque Basi maiorem habebunt. Propõ 24 Theo. 15.

Rvrsus ad Theoremata transiuit, & similes de inęqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponẽs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri ęqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq;, interdum autem inæqualem. & ęqualitati quidem illius consequentẽ esse demonstrauit Basium æqualitatem, harumque æqualitati Angulorũ Verticalium ęqualitatem esse consequentem. similiter demonstrauit: inæqualitati verò, inæqualitatẽ nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc Cõm. 19

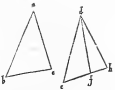
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nã illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc verò inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstrauit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. pręcedit autem sequenti Theoremati. nam illud quidẽ a Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inęqualitatis orationem deducit: hoc verò e conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cõuersum est, octauo autem Theoremati oppositum. nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales ęquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoque inæquales ostendit. Cõmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauũ: duo vero circa inęquale, hoc vtique, & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia quęrere proposuimus: duo autem à Basibus, octauum porrò, quodq́ue deinceps post pręsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo, tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his.n.inæqualibus existẽtibus omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneq́ue haud immunis. Hęc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoque institutoris pręsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodq́ue deficit ipsi adijciamus, accipiens enim duo Triangula a b c, d e f, Latera a b, a c Lateribus d e d f æqualia habentia alterum alteri, Angulumq́ue ad a Signum existentem Angulo ad d Signum existenti maiorem, & volens ostendere Basim b c, Basi e f maiorem, ad rectam Lineam e d, ad Signumq́ue in ipsa, quod est d, Angulo qui ad a Signum est ęqualem constituit Angulum e d h. maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d, conectitq́ue ipsi a c, ęqualem d h. Recta itaque Linea e h ad Signum h producta aut supra rectã Lineam e f cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam. Elementorum sanè institutor vtpote supra iacentem ipsam accepit. Sit autem super ipsa

Varijs hu-ius Theorematis Casus.

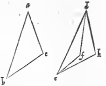


recta

recta Linea. Rursus itaque idē ostendemus. duæ enim a b, a c duabus d e, d h æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur b e, Basi e h æqualis est. At ipsa e h maior est quàm ipsa e f, quapropter ipsa quoque b e maior est quàm ipsa e f. Verùm sit infra ipsam e f, posita. Connectentes itaque



ipsam e h dicemus quòd cùm ipsæ a b, a e ipsis d e, d h æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque b e, ipsi e h æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum d e h duæ rectæ Lineæ d f, f e in Latere d e sunt constitutæ, exteri-s minores sunt. Aequalis autem est d h, ipsi d f. ipsi nanque a c æqualis est. Maior est igitur ipsa h e quàm ipsa e f. Sed h e æqualis est ipsi b c. Maior est ergo ipsa b c quàm ipsa e f. Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate simul demonstrauit quòd Areæ quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adijecit quod præter Basium inæqualitatem, Areæ quoque inæquales sunt? Aduersus hanc vtique dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in æqualibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nanque Angulis quidē, & Basibus æqualibus existentibus, Triangulorum etiam æqualitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arearū inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusque illud, quod maiorem Angulum, Basimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparationem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arearum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis a. d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triāgula æqualia ostē-



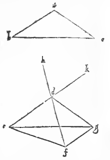
Dubitatio

Solutio.

Digressio

Arearum pulchra cō-paratio.

duntur: maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet: minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipſę e d, f d ad ſigna h k, & ſupponantur Anguli b a c, e d f eſſe duobus Rectis ęquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g ęqualis eſt, Anguli e d g, e d f duobus Rectis ęquales ſunt. Sunt autē Anguli quoq; e d g, k d g duobus Rectis ęquales. Cōmunis auſeratur e d g. Reliquus igitur e d f, reliquo g d k æqualis eſt. Verùm ipſe e d f æqualis eſt ipſi h d k. ad verticem enim ſunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis eſt. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus eſt, duobus internis, & ex oppoſito iacentibus, ipſis ſcilicet, qui ſunt ad Signa g, & f, ęqualis eſt. At iſti ęquales ſibi inuicē ſunt. ipſa nanq; d g, ipſi d f æqualis eſt. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus eſt. Aequalis igitur eſt Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & ſunt alternatim. Parallela igitur eſt d e, ipſi f g. Triangula ergo g d e, f d e ſuper eadem Baſi d e ſunt, in eiſdemque d e, g f Parallelis. Aequalia igitur ſunt. Verùm Triangulum g d e, Triāgulo a b c eſt æquale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non eſt. Et vides quòd tribus indiguimus Theorematibus, quæ ad Parallelarum tractationē ſpectant, vno quidem dicenti quòd omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex oppoſito iacētibus æqualis eſt: altero autem, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelæ rectæ Lineæ ſunt: tertio verò, quòd Triangula ſuper eadem Baſi, in eiſdemque Parallelis conſtituta, æqualia ſunt. Quæ Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, Triangulorum comparationem omiſit. Verùm ſint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & conſtruantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc eſt Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores ſunt: Anguli autem e d g, g d k duobus ſunt Rectis æquales, ablato communi, ipſo ſcilicet e d g, Angulus e d f maior eſt Angulo g d k, hoc eſt Angulus k d h maior

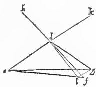


Propoſitio 32.

Propoſitio 27.

Propoſitio 37.

ior Angulo g d k. Angulus igitur g d h maior quàm duplus est Anguli g d k, ipse nempe, qui duplus est Anguli ad g Signum existentis. Angulus igitur g d k minor est Angulo, qui ad g Signum est. Ponatur ipsi g d k, æqualis d g l, & connectatur e l, & d l. Parallela ergo est g l, ipsi d e. Triangula igitur g d e, l d e æqualia sunt. At Triangulum l d e minus est Triangulo f



d e. Triangulum igitur g d e, Triangulo f d e minus est. Aequale autem est Triangulum g d e, Triangulo a b e. Triangulum ergo a b c, Triangulo f d e minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inęquales eadēqúe construātur. Quoniā itaq; Anguli e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato e d g, totus g d h minor quàm duplus est ipsius g d k. Sed duplus etiam ipsius qui ad g Signum est. Angulus igitur g d k, Angulo qui ad Signum g, maior est. Ponatur Angulo g d k, æqualis d g l, & coincidat g l cum ipsa e f in Signo l, & connectatur d l. Parallela igitur est g l, ipsi d e. Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triāgula g d e, l d e. Verùm Triangulū quidem l d e maius est Triangulo f d e: Triāgulum verò g d e æquale est Triangulo a b e. Triangulum ergo a b c, Triangulo d f e maius est. Ostensum est igitur Triāgulum a b e, Triangulo d e f & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad a, & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quàm duo Recti, aut minoribus existentibus. omnesqúe suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectiqúe dimidium esset: qui vero ad Signum d, Recti dimidium, non'ne duo isti Anguli duobus Rectis æquales essent? Quid autem si qui ad Signum a, vnus Rectus, & Recti dimi-





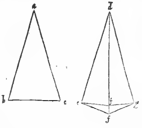
dium

dium esset : qui verò ad Signum d , binæ vnius Recti Tertiæ , non'ne duobus Rectis essent maiores ? Quid verò si qui ad Signum a , vnus Rectus, Recti'q; esset dimidium : qui autem ad Signum d, tertia Recti pars , non'ne duobus essent Rectis minores,& semper Angulus a, Angulo d esset maior ? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarũ vsu nobis factæ sunt . Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur .

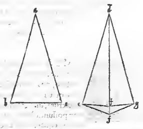
INCERTI AVTORIS SCHOLIVM
in vigesimum quartum Theorema Primi Libri Elementorum Euclidis.

Scholium in exẽpla ri quodã veteri repertum.

SI MEAM afferre sententiam operæpretium est, errauit Philosophus . nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quę posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modo ostendemus . Sint duo Triãgula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latera b a,a c duobus Lateribus e d,d f ęqualia, & Angulus qui ad Signũ a , Angulo qui ad Signũ d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g,& protracta d g sit æqualis ipsi e d . Si autẽ ipsam e g connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est , ipsi e f in directum sit . nã si fieri potest sit in directum ipsi,hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa e g , quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaq; duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterùm ipsi etiam d f e est æqualis . & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e ęqualis



lis est. quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autē hoc verum est, Trianguli d f g, externus Angulus interno, & ex opposito collocato æqualis erit, quod est impossibile. Fieri ergo minime potest vt recta Linea e g, rectæ Lineæ e f in directum sit. Si verò hoc fieri nō potest, eò magis neque extrà incidet. Intrà igitur. Non ergo rectè dixit Philosophus. Veruntamen alia quoq; ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione. Cùm enim ipsa d e, tum ipsi d f, tū ipsi d g æqualis supponatur, ipsa quoque d f, ipsi d g erit æqualis. Quapropter tria Triangula æquicrura sunt, vtpută d e f, d f g, & d e g. æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sūnt. & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli, æquales sibi inuicem erunt. hoc est qui ad Signum e, ei qui ad Signum g, &



adhuc ipsi d f e: & qui ad Signum g, ipsi d f g. Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt. Quamobrem & duo ipsorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e, & g Signa, duobus d f e, d f g æqualesvtrisq; simul vtrisq;. Anguli igitur d f e, d f g, duobus sunt Rectis æquales. siquidē recta Linea d f super rectā Lineā e g stetit. Quocirca Anguli quoque d e f, d g f duobus Rectis æquales sunt. Si autem hoc verum, septimū decimum Theorema destructum est. At qui illud verum est, hoc ergo nequaquam fieri potest. Quæ ergo producitur recta Linea e g, super eadem recta Linea e f non conectetur. Si verò hoc fieri non potest, multò magis (vt dictum est) neque extrà incidet. quod enim in illa suppositione euenit absurdū, absurdo hoc maius est. Dicēdum igitur pro Philosopho quòd eos, qui instituuntur alloquens, non satis scitè exposuit. Vel exercitationis gratia, animiq́ue excitationis eorum, qui ingenio præstant. vel fortasse etiam hallucinatus est. & nil mirum. Præterea aliter idem ostendemus. Cùm enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicē ostensi sint, hoc est ipse d f e, & ipse d f g: & adhue qui ad Signum e, & qui ad g Signum. Cùm verò recta Linea super rectā consistens Lineā Dein- Defendit Proclū magis eū ostendēdo.

ceps

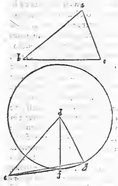
ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum d f e, d f g rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g, rectus erit. Si autem hoc verū, destructum est rursus septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostēdit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

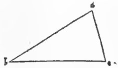
FRANCISCI BAROCII SCHOLIVM
aduersus quoddam incerti Autoris Scholium in Vigesimum quartū Theorema Primi Lib. Elementorū Euclidis.

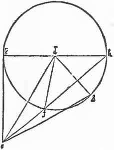
Scholium Interpretis.

SI MEA quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autē Philosophus. nam sciēdum est quòd ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. æquilatera enim esse non possunt, cùm inæquales quidem Anguli verticeales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri fiat. erūt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoq; institutor ipsa accepit, necessariò supra subtendentem quæ vltimò protracta est recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor ostendit; Si verò Scalena, vt & Proclus ipsa suscepit, fieri potest vt quæ vltimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, vt apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel super ipsa subtendente vltimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiauit. Cùm autē indeterminatè aliquid affirmamus, ī quibus fieri potest ipsum intelligimus, nō aūt in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quòd tantū virum deceptum ostēdat, aut exercitationis gratia, Animique excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quòd cùm ait incertus Autor in æquicru-

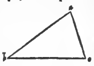
qui cruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessariò cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, vt quæ vltimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula a b c, d e f æquicrura ita, vt Latus quidem a b equale sit Lateri b c, & Latus a c, vtroque minus: Latus verò d f æquale Lateri f e, & Latus d e, vtroque maius. & sit Latus a b æquale Lateri e d, & Latus a c, Lateri d f. nec non Angulus b a c, maior Angulo e d f. Ponatur autem Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & protrahatur ipsa d g, ponaturque æqualis ipsi a c, & connectatur ipsa e g. Dico quòd fieri potest vt ipsa e g, & supra ipsam e f, & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d, interuallo autem Linea d f, Circulus describatur, quem aut tangit Linea e f, aut secat. Tangat primùm. Linea igitur d g in Circuli Circumferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessariò ipsa e g supra ipsam e f cadet. Secet autem ipsa e f Circulum vt habetur in secunda nostra descriptione, & producatur in directum Linea e f, quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa d g, ipsi d f æqualis est, necessariò in Circuli Circunferentia cadit. Aut igitur inter f h Signa in Circunferentia cadit, aut in Signum h, aut vltra h Signum. At qui fieri non potest vt in Signum h, aut vltra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f, & h Signa ipsam cadere. Quod autem neque in Signum h, neque vltra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primùm in Signum h, vt ipsa d h, & producatur ipsa h d in directum vsque ad Signum k, & connectatur Linea k e, quę tangat Circulum,

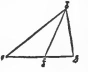






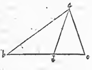
in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales sunt, Basis autem e h, Basi e k est maior, Angulus sanè e d h, Angulo e d k maior est. Verùm Angulus e d k maior est Angulo e h d. Multò maior igitur est Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius est. Erat autem & æquale, Triangulum siquidem æquicrus supponebatur, quod fieri non potest. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem sanè modo ostendemus quòd neque vltra ipsum iisdem existentibus suppositionibus cadere potest. Necessariò igitur inter Signa f h in Circunferentia cadit, secantque se inuicem ipsæ d g, e h rectæ Lineæ. Ipsa ergo e g protracta magis remota quàm ipsa e h à Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cadere potest. Reliquum autem est ostēdere quòd fieri potest, vt etiam super ipsa subtendente quæ vltimò protracta est recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ superius descripta sunt. & sit quidem vterque Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemque duplus Anguli e d f. hoc enim fieri potest. constituatur aūt ad d e rectā Lineā, ad Signūque in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuiuis Linearū a c, d f æqualis ipsa d g, cōnectatur'que Linea e g. Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



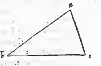


sa f g ipsi e f in directū est, ipsaque e g postremò protracta, super ipsa e f g velis nolis cadet. Primùm igitur ostendendum quòd in directū est ipsa g f, ipsi f e, vnaque est recta Linea ipsa e f g: postea verò, quòd super ipsa cadit recta Linea e g, postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quędā, quæ talis est. Si Trianguli equicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, equalis est Basi Trianguli, quod initiò erat, itemque alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Triāguli Angulo magis propinquū est. Sit Triangulū a b c æquicrus habens vtrunque eorum, qui ad a c Basim sunt. Angulorum reliqui duplū, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectā Lineam a d, & ducatur ipsa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis est recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b. Sumptio.

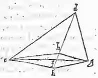
Demō Sūptionis.



Quoniam Angulus b a c duplus est vtriusque Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis est. Aequale igitur est & Latus a d, Lateri d b. Rursus quoniam Trianguli a b d externus est Angulus a d c, duobus internis, ex oppositoque iacentibus, ipsis nēpe a b d, b a d est æqualis, qui ipsi b a c æquales sunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non est. At ipse b a c, ipsi a c b est equalis. æquicrus.n. Triāgulum a b c supponebatur. Angulus igitur a d c, Angulo a c d equalis est. & Latus ergo a d equale est Lateri a c. Ostensum est aūt ipsi etiam d b equale. Recta igitur Linea a d vtrique a c, d b rectarum Linearū æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaque ipsa g f in directum non est ipsi f e, sed sunt duæ Rectæ ipsæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signū recta Linea, quę aut supra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nā super duabus rectis Lineis



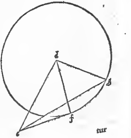
Propositi Demō.



vna recta Linea cadere minimè poteſt. Cadat primò ſuprà. Secat igitur ipſam d f. ſecet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipſi d e: & a c, ipſi d g æqualis eſt, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehẽdunt eos, qui ſunt ad verticem. Baſis igitur b c, Baſi e g æqualis eſt, omniaque omnibus ſunt æqualia. Triangulum ergo e d g equicrus eſt, habens vtrunque eorum qui ad Baſim d g ſunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis eſt igitur ipſa d h, ipſi d g, poſita autem erat ipſa d g, ipſi d f ęqualis. & ipſa ergo d h, ipſi d f æqualis eſt, Totæ ſua pars, quod nequaquã fieri poteſt. Nõ cadit ergo ſuprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producatur ipſa d f quouſque ipſam ſecet in h Signo. Similiter porrò oſtendemus quòd tota d h ſuæ d f parti æqualis eſt, quod eſt abſurdum. Fieri igitur non poteſt vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; ſupra. Super ipſis ergo neceſſariò cadet. Verũ vna recta Linea ſuper duabus rectis Lineis tota cadere non poteſt. Ipſæ igitur e f, f g, duæ rectę Lineę nõ ſunt. Vna ergo tota ipſa e f g recta Linea eſt. Cùm autẽ vna ſit, manifeſtum eſt quòd nulla alia eſt, niſi ipſa e g poſtremò protracta. In huiuſcemodi igitur Aequicruribus, quę hoc modo ſe ſe habent recta quę vltimò protracta eſt Linea, neq; ſuprà, neq; infrà, ſed ſuper ipſa ſubtendente omnino cadet. Oſtenſum autem fuit quod aliter ſe ſe habentibus huiuſcemodi Aequicruribus fieri poteſt vt etiam ſupra ipſam, & infra ipſam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipſa e g & ſupra, & infra ipſam e f, & ſuper ipſa cadere poteſt, quod oportuit demonſtraſſe. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd ſi Triangula Scalena fuerint fieri poteſt vt ipſa e g tũ in ſuperioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam ſuper ipſa ſubtẽdẽte cadat. Sint ergo duo Triãgula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri ęqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signũ eſt, maiorem habeant. Cõſtitua-

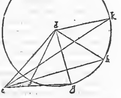
Demõ in Scalenis.





tur

tur itaq; ad rectam Lineam d e, ad Signumq́ue in ea d, Angulo b a e æqualis Angulus e d g, & ponatur cuiuis ipsarum a e, d f æqualis ipsa d g, & connectatur e g. Dico quòd fieri potest vt ipsa e g & supra ipsam e f, & infra, & super ipsa cadat. Centro enim d, interuallo autem d f Circulus designetur, quē aut tangit rursus ipsa e f, & tunc recta Linea e g supra rectam Lineam e f cadet, vt in Aequicruribus ostensum est: aut secat ipsum. Secet, & producatur in directũ ipsa e f quousq; secet rursus Circulum in h Signo. Aut ergo ipsa d g inter Signa f h in Circunferentiam incidit, & sic ipsa e g infra ipsam e f cadet: aut in Signo h, & tunc ipsa e g super ipsa e f in directum cadet, vt ipsa e h: aut vltra h Signũ, vt ipsa d k, & sic ipsa e k, hoc est ipsa e g supra ipsam e f cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ vltimò producta est recta Linea non solùm supra subtendentem, verum etiam infra, itemq́ue super ipsa cadere potest, quod erat demõstrandum. Non errauit igitur Proclus maximus quidem Philosophus, quippe qui Triangula ipsa non determinauit, sed simpliciter enuntiauit.



Assumemus autem ex his Triangulorũ cùm ad principia totius Mathematicę essentię relationem, tum ad ea, quæ sunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & species Fine, & Infinito participent, siquidem ab ipsis etiã scaturiunt, alia quidem Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autem per mistionem vtriusque subsistunt. & quæ quidem ex Fine orta sunt, terminum, & statum, & identitatem, & ęqualitatem, & similitudinem seruant: quę autem ab Infinitate emanant, in infinitum progressionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & dissimilitudinem, & varietatem, omnisq́ue generis diuersitatem in se se ostendunt: quæ verò per mistionem vtriusq; gignuntur, partim quidem Finis naturã propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriorem seriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cùm Trilateræ etiã Figuræ per illa principia constituantur, Finis quidem Ratio æquilaterum perficit Triangulum, quod æqualitate tantùm, Digressio

&

Triĝulo ru ad sua principia relatio. & similitudine est prædictum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis aũt, scalenũ, quod solius inęqualitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: utriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mistæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triãgula, quę præsens Vigesimũ quartũ Theorema proponit, ęquilatera esse nõ possunt (hoc siquidẽ inęqualitatẽ ostẽdit, illa ãt ab æqualitate undique scatent) verũ aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus ęquicrura, aut nõ similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, q̃ in æquicruribus. in scalenis .n. quæ postremò protracta est recta Linea, & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autẽ necessariò supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionẽ magis participant, quàm ea, quæ æquicrura similiter sunt. unde etiam magis varia istorum, quàm illorum Constructio est. Iurè igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quàm in æquicruribus. Siquidẽ scalena quidẽ varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quàm

Pulchra Triãgulo rum iuxta Pythagoreos ad ea q̃ sunt cõparatio. æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque prædictis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimilant: æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurium siquidem duo quidẽ Latera, & duo Anguli ęquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quę undequaque immoderatione, & inęqualitate, omnisque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verùm de his

Finis Scolii quidem hactenus.

Corollarium ex Scholio.

Corollarium. EX his porrò manifestum est quòd in Triangulis non similiter ęquicruribus cùm quidem Angulus Verticalis unius duplus fuerit Angu-

li

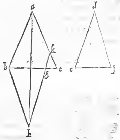
si Verticalis alterius, necessariò quę vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit: cùm autem maior quàm duplus, infra ipsam: cùm verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVVNTVR PROCLI Commentarij

TEXTVS

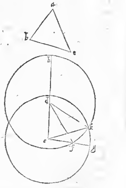
Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Basim verò Basi maiorem: Angulū quoque ab æqualibus rectis Lineis contentum Angulo maiorem habebunt. Propō 25 Theo. 16.

PResens Theorema Octauo quidem oppositum est, pręcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumque æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaque coniugationum alia quidem Pręcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostēsionibus: in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem ęqualitati Laterum, quę in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens: interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusque è conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verùm ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cùm sit, ex Libris legere ijs, qui discendi tenentur desiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primùm illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula a b c, d e f duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f æqualia habentia alterum alteri, Basimque b c, Basi e f maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basi b c, Basi e f æqualis, quæ sit b g, & constituatur ad b Signum Angulo d e f, ęqualis Angulus g b h, & ponatur b h ipsi d e æqualis, & connectatur h g, & producatur vsque ad k Signum, cōnectaturque a h. Quoniam itaque Cōm.30. Demōstratio Menelai Alexādrini.



que b g æqualis est ipsi e f, b h autem ipsi e d, duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales continent. Ipsa igitur g h, ipsi d f æqualis est, et Angulus b h g Angulo e d f inæqualis non est. Et quoniam g h æqualis est ipsi d f, ipsa autem d f, ipsi a c, ipsa quoque g h, ipsi a c æqualis est. Maior est igitur h k, quàm a c, quamobrē multò maior quàm a k. Et Angulus ergo k a h, Angulo k h a maior est. Rursus quoniã æqualis est ipsi a b, ipsa b h, ipsi nanque d e est æqualis, Angulus b h a, Angulo b a h æqualis est. Totus igitur b h k Angulus toto b a c Angulo est minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d, ostensus est. Angulus ergo b a c, Angulo, qui est ad d Signum, est maior. Talis quidem Menelai Demõstratio est. Heron autem Mechanicus hoc modo non per impossibile idem ostendit.

Heronis Mechanici Demõ.



Sint duo Triãgula a b c, d e f, eçdéque sint suppositiones. & quoniam b c maior est quàm ipsa e f, producatur e f, & ponatur ipsi b c, æqualis e g, similiterque protrahatur d e, & ponatur ipsi d f, æqualis d h. Circulus igitur, qui Cẽtro d, intervalloque d f describitur tran sibit etiam per Signum h. Describatur vt f k h. & quoniam a c, a b maiores sunt ipsa b c, hæ autem ipsi e h æquales sũt, & b c, ipsi g e, Circulus, qui Centro quidem e, intervallo autem e g describitur, secat ipsam e h. Secet vt ipse g k, & connectantur à communi Circulorum sectione ad Centra rectæ Lineæ k d, k e. Quoniam itaque d Signum Centrũ est Circuli h k f, ipsa

ipsa d k, ipsi d h æqualis est, hoc est ipsi a c. Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli g k, ipsa e k ipsi e g æqualis est, hoc est ipsi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k sunt æquales, & b c Basis, e k Basi, Angulus quoque b a c, Angulo e d k est æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior est.

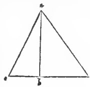
TEXTUS

Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, vtrumque Latus vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod sub vno æqualium Angulorum subtendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt. Propõ 26 Theo 17.

Triangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaque Angulos quidẽ equales cùm accepisset Euclides, Latera quoque Triangulorum nõ potuit æqualia ostendere: æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehensaque spatia ab alijs superentur. Angulos autem Angulis illorum singillatim equales habeãt, Sola verò Latera equalia cùm supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauũ Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimque Basi æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spatiorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessariò consequentem, nullaque Demonstrationе egentem. Latera autem, atque Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrà vnum Angulum, duoque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiã vno Latere, vnoque Angulo plures. Verùm vnum Angulum, vnumque Latus cùm accepisset, Propositum minimè ostendit, reliquorũ scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latus, vnumque Angulum equalia existentia, quò ad reliqua prorsus inequalia sint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta super rectam Lineam c d, sit autem maior b d quàm b c, & connectan- Cõm.31. Pulcherrima cõparationis Triãgulorũ Diuisio

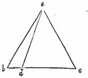
d tur

tur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusquè Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autẽ Latus, & duos Angulos accipere licet, cęteraquę ęqualia ostẽdere, & hoc facit per pręsens Theorema. Vnũ verò Latus, & tres Angulos ęquales iterum supponere superuacaneum est. Siquidẽ duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulũ,

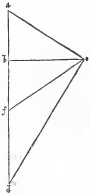


duosquè Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantùm ęqualia assumpta, cæterorum æqualitatem concluserunt. Quinetiam duo Latera, duosquè Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ.n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiã comitantur, dũmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæquè vnum Latus, & duos Angulos, quã nunc Geometra proponit: huicquè opposita. Et propterea hęc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorũ habemus, quæ in Lateribus, Angulisquè versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inualidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quẽadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoquè Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumquè Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verùm aut ęquis Angulis adiacens, aut sub vno ęqualium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsenti Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatero a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo Trian-

† decẽtibus.



Triãgula duo Latera a b,ad duobus Lateribus a c,a d æqualia habentia,vnũq́ue Angulum, qui ad b Signum vni Angulo,qui ad c Signum æqualem,verùm nõ etiam reliqua Latera æqualia sunt,vtputà Latus b d,Lateri d c. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus non eum,qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanè modo præsens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem,æquale Latus sub vno æqualium Angulorũ subtendens,vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triãgulum rectãgulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, Latus'q; b c maius Latere b a, & producatur a b, & cõstituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumq́ue in ea c, Angulo b a c,æqualis Angulus b c d, & coincidant b d,c d productæ vsq; ad Signum d. Duo itaq; Triangula sunt a b c,b c d vnum Latus b c commune habentia, duosq́ue Angulos duobus Angulis æquales a b c quidẽ, ipsi c b d (Recti.n.sunt)b a c autem, ipsi b c d. sic .n. constituti fuere. Aequalia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum b d c maius Triãgulo a b c. causa aũt est quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum æqualiũ Angulorũ subtẽdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens.



Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere,aut æquis Angulis adiacere. Hoc autem nõ obseruantes Triangulũ illud æquale affirmamus,quod necessariò maius est. quomodo .n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non est? constituatur .n. ad rectam Lineam b c, ad Signumq́ue in ipsa datum

c, Angulo a c b, æqualis Angulus f e b. Angulus .n. b c d maior eſt Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum eſt. Quoniam igitur duo Triangula ſunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterũ alteri ęquales habentia, vnũquo Latus cõmune ęqualibus Angulis adiacens ipſum ſcilicet b c, Triangula æqualia ſunt. Maius eſt autẽ Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur eſt Triangulo etiam a b c. Prius autẽ æquale oſtenſum fuit, propter cuiuslibet Lateris aſſumptionem. Hæc ad præſentium quoq; diligentiam Porphyrius nobis ſuppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præſens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari ſunt diſtantiam eo modo, quo dicunt ipſum oſtẽdere, hoc inſuper vti (inquit) neceſſe eſt. Ex iam dicta autem diuiſione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationẽ breuiter aſſumemus, prætermiſſorumq́ue cauſas dicere poterimus, tãquam mendaces ſuppoſitiones ipſas, vel tanquam ſuperuacaneas redarguentes. & huc vſque finem habere Elemẽtorum inſtitutori primam ſectionem ſtatuemus, quippe qui Triangulorum quidem Conſtitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inęquale fecit. & per Conſtitutionem quidem, ipſorum Eſſentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuerſitatem. tria .n. ſunt, quę circa exiſtentiam verſantur, Eſſentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus ſecundum ſubiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus oſtenditur quòd vnumquodq; ſibi ipſi idem eſt, à ſe ipſoq́ue diſcrepat, propter eam, quæ in ipſo eſt multitudinem: omniaq́ue eadem ſibi inuicem ſunt, & à ſe ipſis diuerſa. etenim tum in vnoquoq; Triangulorum, tum in pluribus vno Triãgulis æqualitas, inæqualitasq́ue reperta fuit.

Porphyrius.

Eudemus ĩ Geometricis enarrationib' ad Thaletem hoc Theorema refert

Epilogus primæ ſectiõis primi lib. Elementorum Euclidis.

Documẽtum.

Pulchra conſideratio.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.

Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum Caput vnicum.

DE TRIANGVLORVM quidem Ortu,& æqualitate,vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aūt Figuris deinceps Euclides enarrat,præcipuè quidem de Parallelogrāmis nos edocens,simul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verùm quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrāmorum constitutione, vel æqualitate dicatur absq; Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circunscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paulum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales,& Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsę quoque æquales,& Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

Continuatio Libri.

In cō 18. Libri 2.

Inferius i Propōne 35.

Propō 33.

te

te quoddam ęqualibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens considératur: ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessariò præassumptus fuit, ex his manifestum est.
Tria, quæ Parallelis per se insunt. Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solùm tria simul, sed vnūquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnū quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secāte, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatū demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autē ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueuerunt, vniuscuiusque speciei
Apollonius. Nicodemus. Hippias. Perseus. Symptoma tradentes. Apollonius nanque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptū, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primùm inuestigat.

SECVNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

TEXTVS

Propō 27 Theor. 28 Si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea Alternos Angulos æquos ad inuicem fecerit Parallelæ ipsæ rectæ Lineæ ad inuicem erunt

Cōm. primum. IN præsenti quidem Theoremate tāquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematibus, quę in Plano considerantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectę Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil .n. obstat in modū literę X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacētibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent

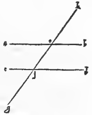
rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodem'cꝫ Plano excogitamus. Quapropter hac quocꝫ additione in præsentia non indiguit. Sciendũ aũt est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationũ consequentiam. & iuxta hanc quidem significationẽ in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autẽ alterã, tum in hoc, tum cũctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasqúe incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autẽ intra Parallelas existunt, differũt verò eò ꝙ alter quidẽ sursum, alter aũt deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alterntim Angulos appellat. Dico aũt, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidẽteqúe in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itẽqúe Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alterno, commutatoúe ordine iuxta positionem se habentes. Illud aũt sciendum est quòd tali rectarũ Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantùm Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdẽ partes Angulos sumemus, aut non ad easdem.

In lib. 2. in com. 7.

Notandũ

Qui sint Alterni Anguli.



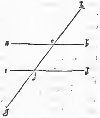
Documẽtum.

Diuisio Symptomatũ Parallelarũ Linearũ.

Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producatur ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrà pones, vt ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrà, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extra, vt ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrà pones,

nes, vt ipsos a e f, & e f d, vel ipsos c f e, & f e b: aut vtrunq; extrà, vt ipsos a e h, & d f g, vel ipsos h e b & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocque rursus quadrupliciter. aut enim ipsos a e h, & e f d: aut ipsos h e b, & e f c: aut ipsos g f c, & f e b: aut itaque ipsos g f d, & f e a pones. & præter has alia Sumptio non est. Cùm itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequētia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdē sunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantùm sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita vt ij, qui extrà ambo sunt, & ij, quorum vnus quidē extrà, alter verò intrà, prætermissi sint. duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intrà sunt, quos duobus Rectis ęquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intrà, alter verò extrà, quos æquales esse dixit, vna sanè Sumptione relicta, quæ ambos extrà supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermissas suppositiones eadem consequuntur.

Anguli in Parallelis sex modis sumūtur.



Sint enim ad easdem partes ambo extrà Anguli h e b, d f g, dico quòd hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim d f e, Angulo h e b: & Angulus b e f, Angulo d f g æqualis est. Si autem Anguli b e f, e f d duobus rectis ęquales sunt, Anguli etiā d f g, h e b duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdē partes Anguli a e h, e f d, quorum alter quidem sit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus a e h, Angulo b e f æqualis est, Anguli autē b e f & e f d duobus Rectis sunt ęquales, Anguli quoque a e h, & e f d duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, vt Anguli a e h, d f g, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli a e h, & b e f ad inuicem æquales sunt, Angulus autem d f g, Angulo b e f est æqualis, Angulus igitur a e h, Angulo d f g inequalis non est. Si igitur quę in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus cōsequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequentur. pręter hoc, quòd in quibus quidem hęc Geometra suscepit iuxta quidem

duas

duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis ęquales: in his autem ē contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cùm enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non immeritò quæ prætermissæ, ijs, quæ memoria dignę factę sunt sumptionibus ē contrario se habent. Videtur autem Geometra hasce suppositiones elegisse, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ijs verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur. Cur tres sumptiones Angulorū Euclides ṕtermiserit.

TEXTVS

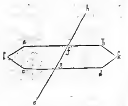
Si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, externū Angulū interno, & ex opposito iacēti, ad easdēq; partes ęqualē fecerit, aut internos, & ad easdem partes iacentes duobus Rectis ęquales: Parallelę erunt inter se ipsę rectę Lineæ. Propó 28 Theo. 19.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aūt rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat: hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extra] & [intra] Angulos separat, altera verò ambos intrà supponit, eandemq́ue conclusionem ostēdit. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, triaq́ue Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis ęquales. in pręsentia autem in vno quidē Theoremate Alternos ęquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemq́ue partes iacentes duobus Rectis æquales. Quęnam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione Cōm. 2. Dubitatio Hierapolita Aeneas cōpendiū Elementorū scripsit. Solutio.

e pro-

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes: nam precedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verùm quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quòd internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex iis, quæ scripta sunt. Ptolemæus aūt in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quę ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostē dens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, secetque ipsas quędā recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quòd ipsæ rectæ Lineę Parallelę sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincidant dum producūtur b f, g d rectę Lineæ in Signo k. Quoniam itaq; recta Linea e f stetit super rectam Lineā a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam f g super c d stetit, duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis ęquales sunt, quorū duo b f g, f g d duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoq; duobus Rectis ęquales sunt. Si ergo rectæ Lineę f b, g d duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coincidérunt, & ipsæ igitur f a, g e dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq; a f g, c g f æquales sunt. aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincidant itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l c g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincidant. Parallelæ igitur sunt.

Ptolemæi Demōstratio i libro, cui titulus est Rectas Lineas ab angulis minoribus q̄ duo Recti productas coicidere.



In

TEXTVS

In Parallelas rectas Lineas recta incidens Linea, & Alternos Angulos inter se æquales: & externum interno, & ex opposito, & ad easdem partes iacenti ęqualē: & internos, ad easdēq; partes iacentes duobus Rectis ęquales efficit.

Proposi-tio 29. Theo. 20.

PRæsens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in vtroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aũt in illis Data sunt, ostendere proponit. & hęc etiam Conuersorum differẽtia silẽtio prętereũda nõ est, ꝙ omne, quod cõuertitur, aut vnũ vni cõuertitur, vt quĩto sextũ: aut pluribus vnũ, vt p̃cedentibus quod in pręsentia proponitur: aut plura vni, vt paulò pòst nobis manifestũ erit. In præsenti autẽ Theoremate primùm Elementorum institutor hac Petitione vsus est, quę ait si in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, & ad easdẽ partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitũ producũtur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quòd non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demõstrabile in Theorematibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Triãguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non est, eò quòd aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cùm hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorum institutore vt Petitio assumptum est, Demonstratione dignum censuere. Videtur autẽ Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. ostenditq́ue ipsum cùm multa præassumpsisset eorũ, quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocq́ue veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Vnũ autẽ hoc quoq; est eorum, quæ pręostensa sunt, quod ait rectas, quę a duobus Angulis ęqualibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quòd Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam Cõuersorum differentia.

In cõ 32. Propõnis.

Quĩta Petitio.

In lib. 3. ĩ cap. 1. & ĩ com. 3.

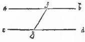
In fine secũdi lib. et in còm. 3. libri tertii

Digresfio. Quę Prolemęus dicat in suo Libello.

Secũda pꝭ Propõnis 28.

Conuersa secũdę partis 28. Propõnis, & tertia 29. pars.

ab vna recta Linea fecentur, internos, ad easdemq́ue partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis ęquales internos ad easdemq́ue partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatq́ue in ipsas recta Linea g f, dico quòd internos, & ad easdẽ partes Angulos duobus Rectis maiores nõ efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiã Rectis ijdem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quãobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficiet. Verùm ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus q̃ quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemq́ue partes Angulos. Si autem neque maiores, neq; minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdẽq́ue partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque prę ostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quòd si in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, ad easdemq́ue partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincidant enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtrasque partes non coincidẽtes erunt rectę Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verùm ostensum est quòd quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemq́ue partes Angulos duobus Rectis æquales efficiet. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cùm præostendisset Ptolemęus, ad Propositumq́ue peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quòd si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solùm non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,



Marginal notes:

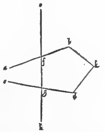
Flagitiosa Ptolemæi rõcinatio.

Demõ tertiæ Partis hui⁹ Theorematis secundũ Ptolemæum.

Demõ quitæ Petitionis secũdũ Ptolemęũ

Alia quintę Petitionis secundum Ptolemęũ accuratior Demõ.

ſunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidẽsq́ue in ipſas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores ſunt. Quòd itaque non ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, oſtẽſum eſt. Si autem coincidũt, aut ad Signa a, c coincidẽt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis ſunt minores; Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triãguli ergo g f k externus interno, & ex oppoſito iacenti minor eſt, quod fieri minimè poteſt. Non igitur ad haſce partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipſarum coincidentia erit, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem eſt ne forte aliqua peruerſa, captioſaq́ue ratiocinatio in aſſumptis ſuppoſitionibus ſit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas ſecat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad eaſdẽ partes in vtriſq; partibus ſunt aut duobus ſunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non. n. perfecta diuiſio eſt. nil ſiquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad eaſdem partes ſunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemq́ue rationẽ de his non admittere. Imperfecta autem diuiſione exiſtente, Propoſitum minimè demonſtratum eſt. Præterea illud quoq; aduerſus oſtenſionem haud ſilentio prætereundum eſt, quòd non per ſe id, quod fieri non poteſt oſtendit. non. n. quia Parallelas ſecans quædam recta Linea Angulos ad eaſdem partes in vtriſq; partibus exiſtentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea haſce ſuppoſitiones abſurdum conſequitur. Quoniã tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ ſecantur ſunt Anguli, quatuor ſunt Rectis æquales, propterea vtraque harum ſuppoſi-



Aduerſus Ptolemęũ

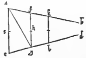
Primũ fundamentũ.

Secũdum fundamẽtum.

positionum fieri non potest. quandoquidem siquis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdẽ suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ijs, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Quorũdã instãtia aduersus quitã Petitionem.

Agè autem illos quoq; inspiciamus, qui dicunt fieri non posse vt quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidant. Cùm enim accepissent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipsas rectam Lineam a c, internosq́ue duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquiunt vt rectę Lineę a b, c d non coincidẽtes ostendantur. diuidatur enim bifariam ipsa a c in Signo e, & abscin-



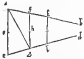
tur ab ipsa quidem a b, æqualis ipsi a e, quæ sit a f: ab ipsa verò c d, æqualis ipsi e c, ipsa e g. Manifestum itaq; est quòd rectæ Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duæ ipsi a c æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abscindãturq̀ue æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocq́ue in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexã bifariam secando, à rectisq́ue Lineis hisce dimidijs ęquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineæ nusquam coincidunt. His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidẽ dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neq; verũ est ipsas nullomodo prorsus coincidere. non coincidant enim ipsæ a b, c d rectæ Lineæ Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamẽ impediet quin coincidãt in Signis k, l, si ẽt ipsę f k, g l ipsis f h, h g ęquales fuerint. coincidẽtibus. n. ipsis a k, c l nõ adhuc ijdẽ manẽt ipsi k f h, l g h Anguli, & quędã ipsius f g rectę Lineę pars extra ipsas a k, c l rectas Lineas relĩquitur. & sic duæ rursus ipsæ scilicet f k, g l tanta Basi maiores sunt quantã intercipiunt in interiori ipsius f g rectę Lineę parte.

Respõsio ad instantiam.

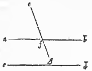
Alia Responsio.

Pręterea aũt illud quoq; dicendũ est indeterminate ipsis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̃ duo Recti protrahuntur nõ coincidere, quòd ea quoq; destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio. Vtrùm igitur possibile est à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est, præter quintam Petitionem primam quoque destruunt dicen-

dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea ducatur: si verò possibile, connectatur. Quoniam itaque Anguli f a c, g c a duobus Rectis sunt minores, manifestum est quòd Anguli etiã g a c, g c a multò magis duobus Rectis minores sunt. Lineę rectę igitur a g, c g in Signo g coinciderunt ab Angulis productæ, qui duobus sunt Rectis minores.



Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verũenimuero quòd aliquæ quidem rectæ Lineæ ab Angulis, qui sunt minores duobus Rectis productæ coincidunt, manifestum est, quanuis de omnibus hoc quęrere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantã diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere: iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est talè Pronuntiatum præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum esse ostendens) Si ab vno Signo duæ rectæ Lineæ Angulum facientes in infinitum producantur, ipsarum, quippè quæ in infinitum productę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. ostendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circunferentiã productæ sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas interiacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distantia augeatur. Quamobrem rectæ Lineæ infinitæ non sunt. Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectæ, quæ in infinitum producuntur Lineæ ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito, dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quædam recta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelæ a b, c d, seceтq; ipsam a b, recta Linea e f g. Dico quòd ipsam quoq; c d secabit. cùm enim duæ rectę Lineę sint, quæ ab vno Signo f in infinitũ producuntur, ipsæ nempe b f, f g, omni Magnitudine maiorem habent distantiam. Quapropter hac quoq;, quæ tanta est quantũ est interuallũ, quod interParallelas adiacet.



Aliquę rectę Lineæ a minoribus q̃ duo Recti productę coïcidũt, & aliquę non coincidũt. & hæc est ꝓpria Autoris opinio.

Pronuntiatũ, quo vsus est et Aristot. 1. de cęlo tex. 35. Ostēsio Aristo.

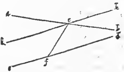
Sumptio.

Demõ Sũptionis.

cet. Cùm igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa f g ipsam c d secabit. Si ergo alteram Pa-

Quitę Petitiõis pulchra Demõ.

rallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoq; secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint enim duæ rectę Lineę a b, cd, cadatque in ipsas recta Linea e f Angulos b e f, d f e duobus Rectis minores efficiẽs. Dico quòd rectæ Lineæ hisce in partibus coincidẽt, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli b e f, d f e duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, h e b Angulus, & producatur h e ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas h k, c d, recta Linea e f cecidit, internosque Angulos duobus Rectis ęquales efficit, ipsos scilicet h e f, d f e, rectę Lineę h k, c d Parallelę sunt. & secat ipsam k h, ipsa a b. Secabit igitur & ipsam c d, per sumptionem, quæ puæostensa est. Coincident ergo rectæ Lineæ a b, c d ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.



Propõ 30. Theo. 21.

TEXTUS

Quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelæ.

Cõm. 4.

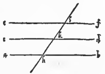
Consueuit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusq́ue dicet, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quæ eidem Rationi eædem, ad inuicem quoq; eędem sunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demonstrat quòd quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoq; dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoq; sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quæcunq; vniuocè cõuertuntur, in ęqualitatę,

Primũ pronuntiatũ. Propõ 21. sexti Elementorũ. Propõ 11. quinti Elementorũ.

Documẽtum.

in

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallelę Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum ęquali ęquale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoq; est simile. † ipse nanq; Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicit igitur, atque ostendit in præsentia quòd quæ eidem Parallelæ sint, omnino ita se habent, vt ad inuicem quoq; Parallelæ sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæ similem habēt respectum, vt à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallelę. Fieri autem potest vt qui etiam situm iā permutauit, idem ostendat ijsdem vijs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum vsus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accepit, ambabus suprà iacentibus, ipsa a b infrà, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, vtrunq;, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k ęqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineę igitur c d, e f, Parallelæ sunt. Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelæ, & inter se igitur Parallelę sunt, dicemus quòd a h, h b vnius Parallelæ sunt partes, & non sunt duæ Parallelæ. in infinitum siquidē produci Parallelæ intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelæ partes & ipsæ tum rectę, cui tota etiam Parallela erat Lineę, tum partibus ipsius Parallelę sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hęc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuueniles'q; Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiuscemodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusq́ue vanam molestiam afferens. Non est autem opus pręsens Theorema conuertere, atq; ostendere quòd quæ inter se Parallelæ, eidem quoq; sunt Parallelę. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelæ eidem erunt, in idemq́ue redibimus.



In quibus respectib⁹ identitatis cōsequentia verificetur.

tex. gręcus sic habet † ipsa naq; Parallelitas si dici potest similitudo.

Finis Documenti.

Casus huius Problematis.

Dubitatio

Sol.

Notādū.

TEXTVS

Propõ 31. Prob. 10. Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam Lineam ducere.

Cõm. 5. OPortuit non solùm Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis viris enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorẽ nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cùm enim Signum, rectamquẽ Lineã

Documẽtum. suscepisset, per Signum, rectę Lineę Parallelam ducit. Oportet autẽ nos præassumere quòd necessarium est vt Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nõ enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoq; recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cùm igitur Signum, rectamquẽ Lineam partitus sit, indicauit quòd Signum extra rectam Lineam accipiẽdum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est,

Cõmunitates hu⁹, & duodecimi Problematis. Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidẽ ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quòd ab eodum Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoq; institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hîc

In cõ. 22. lib. tertii. verò Parallelam. Verùm illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoq; Paral-

Differẽtię huius, & duodecimæ Prepositionis. lelę erunt, in dato Signo coincidẽtes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoq; harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoq; quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quòd secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quòd cum ipso coincidit, terminatquẽ suum respectu illius rectæ Lineæ interuallum per Signi, rectęquẽ Linęę distantiam. quantum enim datum

Signũ

Signum à data recta Linea distat, tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.

TEXTVS

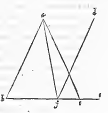
Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus est æqualis. & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt Rectis æquales. Propõ 32 Theo. 22.

QVantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solùm enim quòd Trianguli externus Angulus vtroq; interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verùm & quantò maior. ambobus siquidem æqualis cùm sit, maior quàm alteruter reliquo est. nec quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quantò etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum vtriq; attulit. nec propterea superuacua illa esse diceremus. maximam nanque nobis múltis in Demonstrationibus attulerunt vtilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedẽtem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasq́ue orationes transire. Veruntamen Elementorũ quidem institutor extrà Parallelam ducendo, vtrunq; eorum, quæ quæruntur ostendit. fieri autem potest vt qui etiam nõ extrà eam ducit eadem ostendat, ordinem tantùm eorum, quę ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacẽtibus ęqualem esse, ex hoc'q; reliquũ probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur a b c Triãgulum, & producatur Latus b c vsq; ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa b e, quod sit f, & cõnectatur a f, & per Signum f Parallela ducatur ipsi a b, ipsa f d. Quoniam itaq; f d, ipsi a b Parallela est, in ipsasq́ue incidit recta Linea a f, & recta Linea b e, Anguli Alterni ęqua-

Com. 6.

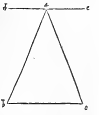
Respõdet tacitæ obiectioni.

Casus huius Theo.



f 2 les

les sunt, necnon externus interno. Totus igitur a f c ipsis f a b, a b f æqualis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quòd Angulus etiam a f b æqualis est Angulis f a c, a c f. Duo igitur a f b, a f c tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nēpe a f b, a f c. Verùm ipsi etiā a c f, a c e duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur a c f. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaq; quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autē Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quòd vtiq; omne Triangulū internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit. Sit Triangulum a b c, ducaturque per Signum a ipsi b c Parallela d e. Quoniam igitur rectæ Lineæ b c, d e Parallelæ sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem d a b Angulo a b c, Angulus autem e a c Angulo a c b. Communis addatur Angulus b a c. Anguli igitur d a b, b a c, c a e hoc est Anguli d a b, b a e hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theoremati conuertuntur insuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cùm hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplum est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaq; externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrà est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quòd data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum a b c, externusque Angulus a c d æqua-



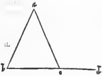
Pythagorei inuenerunt hoc Theo. referēte Eudemo.

Pythagoreorū Demōstratio

Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertiū Cōuersorū differētiæ membrū, qd superi' i cō. tertio pmiserat.

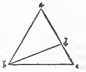
Cōuersū. Primæ partis, & eius demō.

æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus b c productum est vsq; ad d Signum, vnaq́ue recta Linea est ipsa b c d. Cùm enim Angulus a c d internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b tribus Angulis Trianguli a b c æquales sunt. At tres Anguli Trianguli a b c duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur a c d, a c b duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiusq́ue Signum duę rectę Lineę consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis ęquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicē erunt. Recta Linea igitur b c rectæ Lineæ c d in directū est.



Cõuersũ secundæ partis, eiusq́ Demõstratio.

Sit rursus quædã Figura rectilinea a b c tres habēs Angulos solos duobus Rectis ęquales ipsos scilicet a, b, c, dico quòd Triangulum est, vnaq́ue recta Linea est ipsa a c. Connectatur enim recta Linea b d. Quoniam igitur vtriusq; a b d, d b c Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius a b c duobus Rectis sunt æquales, reliqui porrò a d b, c d b duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam b d. In directum igitur est d c, ipsi d a. Vna ergo recta Linea est Latus a c. Similiter aūt ostendemus q; Latus etiā a b, & Latus b c vna recta Linea est. Triãgulū ergo est Figura a b c. Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum.



Figuram nanq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulũ a b c d, & super Latere a b,

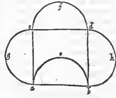


Figura ex Circũferẽtiis cõstructa, quæ hēt internos Angulos duob⁹ Rectis æquales. sũt autem & aliæ curuilineę Figure, quæ hoc patiuntur.

gulos

Semicirculus a e b intra describatur: super aliis autẽ Lateribus extrà, qui sint f,g,h. Figura igitur, quę à Semicirculis cõprehẽditur duos habet Angulos ipsos nẽpe g a e, e b h duobus Rectis ęquales ipsis scilicet

In lib. 3. in com. 2. c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ

Epilogus. internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trian-

Digressio, ĩ qua sunt quatuor pulcherrimę cõsiderationes. guli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoqꝫ omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. vtputa Quadranguli, Quinquanguli, omniumq́ue consequenter Multilaterorum.

Prima. Primùm igitur sciendum est quòd omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quòd † recti-

Plato ĩ Timæo. † recta. tudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæq́ue autem Figura in Triangula Binario pauciora propriis Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo: Si quinqꝫ Laterum, in tria: Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæterę quoqꝫ differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorũ, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum ęquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita: omnis verò quinque Laterum, sex, hocq́ue consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsenti Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis

Secunda. sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summatim dicamus quòd omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrà cõstituuntur Rectis quatuor ęquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrà sunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodqꝫ ipsius Latus semel producitur, sex Rectis æquales Anguli constituũtur

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumq́ue similiter eadem erit via. Post hæc autem Tertia.
illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenq; Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicrus verò, cùm Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangolo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illũ subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis esse ęquales. Hæc autem non ab re Vide Pla. in Timęo.
adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd inter- Quarta.
nos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundũ quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod Exēplũ familiarissimũ Arist.
ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primùm inest, ita † rectilineæ licet non omni Figu- †Triãgulo
ræ internos Angulos duobus Rectis ęquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusq́ue Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt. Iuxta etiã cões notiones veritas psentis Theorematis apparet simile dixit in cõm. 22. lib. 3.

TEXTUS

Rectæ Lineę, quæ ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoq; ęquales, & Parallelæ sunt. Propõ 33 Theo. 23.

PRæsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrã- Cõm. 7.

Superiusi cap. 1. morumque considerationis esse diecbamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrãmorumque Ortum latentem tradit. sit enim Parallelogrammum tum ex ijs, quæ initio ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, rum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quę per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hęc quidem manifesta sunt.

Diligẽtia propõnis. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare.

Primò. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quę ęquales coniungunt, ęquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt.

Secundò. Secundò autem, quòd neq; hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimauit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verùm quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autẽ positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse.

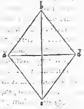
† ad illarũ aũt Parallelã positionẽ, harũ ęqualitate.

Tertiò. Tertiò verò præter hęc dieatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quę ipsas coniungunt, ęquales, & Parallelę sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidẽ Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem ęquales, quandoque quidẽ fieri potest, quandoq; verò minimè. nam si quidẽ Quadrangulum, vel altera parte longius sumpseris, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes ęquales quidem sunt, non autem Parallelę, atqui ęqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-



tem

tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non solùm non Parallelæ, verùm etiam inæquales sunt. cùm enim a b, ipsi c d æqualis sit, communis autem a c, Angulusq́ue b a c, Angulo a c d inæqualis; Bases quoque inæquales sunt. Non immeritò igitur Elementorum institutor æquum esse censet vt quæ æquales, Parallelasq́ue coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis a c, b d suppositis, ipsas a d, & b c coniungentes accipiamus, sed ipsas a b, & c d. hasce enim ostendit quidē æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboide nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quòd inęquales sunt propter internorum, ad easdemq́ue partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

XXXIIII

Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat. Propō. 34. Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrām-mum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæq́ue propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita vt Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hęc itaq; tria per se Parallelogrāmis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentiū æqualitas, Spatiorum'q́ per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quòd ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisq́ue Areis. Quatuor autem Parallelogrāmis existentibus, quę in

Com. 1.

Tres huius Theorematis passiones.

Documētum.

Differētia, q̃ diuisionib⁹ Parallelogrammorū apparet. Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quòd si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solùm Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verùm ipsas quoq; Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in ęquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidẽ non solùm Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non ęquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantùm: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxar. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Anguliq; a b d, a c d æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia. Quapropter Anguli etiã b a c, c d b bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel



Altera parte longius, vel Rhõboides. Si itaq; Angulus b a c, & Angulus c d b bifariã à Dimetiẽte secatur, Angulus autem c a d Angulo a d b ęqualis est, Angulus etiã b a d Angulo a d b erit æqualis. Quamobrem Latus quoq; a b Lateri b d æquum erit. Verùm inęqualia sunt. Angulus igitur b a c à Dimetiente bifariã nõ secatur. Similiter autẽ neq; Angulus c d b, qui ipsi æqualis est. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiẽtes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cõmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidẽ æquales sunt eò quòd rectangulum est, Anguli autẽ à Dimentientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuisio huic quoq; inest quatenus Parallelogrammũ est: in Rhombo autem in æquales quidem



Cõclusio.

Dime-

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solùm spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogrāmum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inęquales secantur tanquā non ęquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad vtrasq; Diagoniorum partes, æqualia fiunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrāmorum quatuor existentiū diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundū non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem vtrunq; horum dicimus, commemorabimus cùm Quæsitum partiemur, quod vnam quidē habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidē esse fortassè videretur, & omne, quod ab Elementorū institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solùm Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verùm etiam Dimetientē vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersè ostendi dicimus, alia verò non vniuersè. aliter enim vniuersale appellari consueuit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autē quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quòd omne ęquicrus tres Angulos duobus Rectis habet ęquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulū habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primùm quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationē alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitorum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos ęquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrāmis inest: hoc verò, Dimentientem Spatiū bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cōprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsibus hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cùm enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetiens

Epilogus Documēti.

Digressio Pulcherrima de vniuersali cōsideratio.

Theorematū alia vniuersalia, alia nō vniuersalia

Duplex vniuersale. i lē vide apud Ari. in primo Posteriorū tex. 11.

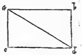
Propria vniuersalis Significatio.

bifariam secat Ellipsim, Circulum, atq; Parallelogrãmum, cõmune in his postea contẽplati fuere. Hallucinatur aũt (inquit Arist.) quidẽ non vniuersale tanquã vniuersale ostendens, eò quòd commune innominatũ est, cui primùm Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Sonis, quibus omnibus alterna Ratio inest, non est dicere. quid praeterea cõmune sit Ellipsi, & Circulo, & Parallelogrãmo, difficile est exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tertia verò mista. Qua propter vniuersè eum ostendere opinamur, qui demonstrat quòd omne Parallelogrãmum Dimetiens bifariam secat. eò quod commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuscemodi vniuersale non est, propter iam dictam causam: Illud verò est, Omne Parallelogrammũ Latera, quae ex opposito sunt, & Angulos aequalia habere. etenim si aliqua Figura supposita fuerit quae ex opposito sunt Latera, & Angulos habere aequalia, Parallelogrammum hanc esse ostendetur. sit enim talis a b c d, & Dimetiens a d.

Vide Ari. primo Posterio tex. 12. & 13.

Conuersũ primae & secũdae passionis hui⁹ Theorematis.

Quoniam itaque a b, b d Lateri a c, c d Lateribus aequalia sunt, & qui ab ipsis comprehenduntur Anguli aequales, Basisq́ue communis, omnia quoq; omnibus ęqualia erunt. Angulus igitur b a d Angulo a d c, & Angulus a d b Angulo c a d aequalis est. Parallela ergo est ipsa quidẽ ab ipsi c d, ipsa verò a c ipsi b d. Quamobrem Parallelogrammum est Figura a b c d. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem ipsum quoq; Parallelogrammorũ nomen Elementorum institutor composuisse, accipiendo occasionem ex praecedenti Theoremate. Cùm enim ostendisset quòd rectae Lineae, quae ęquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsae quoque aequales, & Parallelę sunt, perspicuum est quòd Latera quidem, quę ex opposito sunt tum ea, quae coniungunt, tũ ea, quae coniunguntur Parallela esse pronuntiauit: Figuram verò, quae à Parallelis continetur iurè Parallelogrãmum appellauit, quemadmodũ & eam, quae à rectis comprehenditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quòd Elementorum quidem institutor Parallelogrãmum in Quadrilateris posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cùm aequilaterum, atque aequiangulum fuerit, Parallelogrãmum dicendum sit. habet



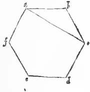
Finis Digressiõis. Documẽtum.

Vnde ortũ sit hoc nomẽ Parallelogrãmum.

Quid sit ꝓpriè Parallelogrãmum, & quid sit Parallelogrammũ apud Euclidem.

enim

enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui sunt ex opposito, ęquales. Exempli causa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. si enim Sexangulum a b c d e f intelexeris, rectamque Lineam a c coniunxeris, ipsam a f, ipsi c d Parallelam ostendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus est Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quisque Sexanguli Angulus, cùm æquiangulum fuerit. æquale præterea est Latus a b Lateri b c, æquilaterum enim est positum. vterque igitur Angulorum b a c, b c a tertia Recti pars est. Anguli ergo f a c, a c d Recti sunt. Quapropter ipsa a f ipsi c d Parallela est. Similiter autem reliqua etiam, quę ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaqꝫ Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quòd autem apud Elementorum institutorem Parallelogrãmum quadrilaterum est, patet. Fit autem perspicuũ in illo potissimùm Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse. hoc enim in solis Quadrilateris verum est.



† Præter quã quòd ex Sẽtẽtia Elemẽtorũ institutoris omne Parallelogrãmũ manifestum Quadrilaterum est.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ Super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 35. Theo. 25.

QVemadmodum Theorematum alia quidẽ vniuersalia, alia verò particularia esse dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quòd etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita, quidque horum vnumquodqꝫ sit ostendebamus, ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuscunqꝫ idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineę, vel Superficiei situm,

Com. 9.

In Superiori cõmẽto, & ĩ cõ. 9. libri 3. Theorematũ alia Localia, alia nõ Localia.

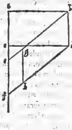
Quis sit Locus Geometric⁹. Localium Theorematũ diuisio Linearum aliæ Planæ, aliæ Solidæ.

situm, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis constituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum aliæ quidem sunt Planæ, aliæ verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, vt ipsius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ sectione apparet, vt Cylindricę Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem vtique eorum etiam, quę in Lineis constituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præsens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelogrammorum, quæ super eadem Basi constituuntur. quę sanè ęqualia quoque inter se Elementorum institutor ostendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale sit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inscribuntur, æqualia sunt: quòd enim Hyperbole solida sit Linea, patet. Coni siquidem Linea est. Huiuscemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chrysippus assimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehensio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, si infinita super eadem Basi Parallelogramma intelligantur, omnia sibi inuicem æqualia ostendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum institutor præsens adscripsit. & videtur cùm ad modum Elementi iuxta omnes diuisiones Theoremata varietate distinguat, iure neque huiuscemodi ipsorum ideam prætermisisse. Veruntamen cùm in præsentia quidem de Rectilineis sermo sit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cùm ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contemplari possunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentiis constituuntur Localium simul, & Planorum Theorematum docebit. tale siquidem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento sunt Anguli, inter se sunt ęquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti sunt. nam si infiniti quidem Anguli in Circunferentia constituti fuerint eadem existente Basi, omnes ostenduntur esse æquales. Si verò quod à Basi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes esse ostenduntur. & illa quidem proportione respõdent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Basi, & in eisdem sunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

Præsens Theorema & Locale, & in Lineis Locale, et Planum est. Theorema Locale, & ĩ Lineis Locale, & Solidum. Qua d' causa Theoremata Localia Ideis Chrysipp⁹ assimilauerit.

Causa qua Euclides ĩ hoc libro Theoremata localia Plana ĩ rectis Lineis tãtùm tradat, in tertio aũt ea etiam q̃ ĩ Circũferẽtiis cõstituũt, & habes hic diuisionẽ localiũ ĩ Lineis Planorũ Theorematum. q̃ aliæ in rectis, alia in Circunferentiis.

patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cùm Spatiorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantùm nanque Parallelas producimus, tantùm Parallelogrammorum quoque Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoque in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema è numero eorum esse, quæ huiuscemodi sunt. Stupet itaque vulgus statim cùm Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuenda'ue Spatia. quantùm enim Angulos inæquales efficimus, tantùm Spatium magis diminuimus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producatur Latus a c in infinitum, sitque hoc fortasse rectangulum, & in Basi b d alterum cōstituatur, sitque illud b e f d. Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus b e, Latere a b, cùm Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verùm hoc necessariò factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius b e f d Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi a b, æqualis b g, Parallelaque per Signum g, ipsi b d ducatur, quæ sit g h. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoque eadem,



Dubitatio rudium.

Præsens Theorema e è numero admirabilium in Mathematicis Theorematum. Quid sit Locus admirabilis, apud Mathematicos, & apud Stoicos.

Respōsio ad dubitationē rudium.

Dēmōstrat quòd Longitudinis accretione opus ē ad Spatiorū æqualitatē seruandā.

Spatiū

Spatium tamen Spatio minus. ipso nanque b e f d minus est. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem seruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur: æquilateris verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulũ non est. Angulorum nanque rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde sane Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalẽ Ambitum habent maius esse videtur: Rhõboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias ostendemus. magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt. Quò ad præsens autem Theorema sciendũ est quòd Parallelogrãma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præsentia siquidem de Areis sermo est: & quòd nunc primùm in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifestum etiam fit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq; quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quod enim quę ex opposito sunt Latera, & Angulos non habet æqualia, ẽ Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque institutor cùm difficiliorem Casum elegisset, Propositum demonstrauit. Siquis autem dicat, sint Parallelogramma a c b d, & b d c e super eadem Basi d b, ita vt Latus c d sit Dimetiens Parallelogrammi, a b, ostendemus quòd ex hoc Loco æqualia sunt. Triãgulum enim b c d, vtriusque dimidium est. quoniam ipsius quidem a b, Dimetiens est Latus c d: ipsius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrãma bifariam secant. Parallelogrãmum ergo a b æquale est Parallelo grãmo d e. Rursus siquis supponat Latus a c ipsius a b Parallelogrammi secari à Latere d e, sicque iacere Parallelogramma quemadmodum ipsa a d b e, b d c f, ostendemus quòd hæc etiam ęqualia sunt.

Terminus accretiõis Lõgitudinis Parallelogrãmorum ęqualiũ, est locus ipse Parallelarũ Linearum. Pulchrũ.

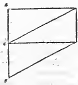
Isoperimetrorũ Parallelogrãmorum Quadrangulũ quidẽ maximũ é, Rhomboides verò minimũ.

Ex hoc loco, & ex 13. cõ. lib. 3. habes q; Procli intẽtio erat totã Euclidis Elemẽtarẽ institutionẽ exponere.

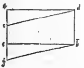
Documẽtum Trapeziũ quid.

Reliq; duo huius Theorematis Casus.

† ex hoc loco, id est rõne loci.



cùm enim Latus a c Lateri c f æquale sit, vtrunq; enim cùm ex opposito iaceat, æquale est Lateri d b. Auferatur communis e c recta Linea. Aequalis est igitur a e, ipsi e f. Verùm a d etiã ęqualis est ipsi e b, & Angulus e a d Angulo f e b. Parallela enim est a d, ipsi e b. & Basis igitur e d, Basi f b æqualis



est, totũq́ue a d e Triangulũ toti e b f Triangulo est ęquale. Cõmune adijciatur e b Trapeziũ. Totũ igitur a b, toti d f inęquale non est. Et vides quòd isti tres soli sunt Casus. Latus enim d e aut secat Latus c b, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione; aut secat Latus a e, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verũ esse ostensum est, † nisi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm sit, & alia quidem neutrũ oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentiq́ue descriptione altera est Species. ipsa enim e c, ipsi d b est Parallela.

Causa cur tres soli sint Casus hui' Theorematis.

†. Rursus quòd Nota qđ Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noie Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide ę̃ cõ. 18. lib secũdi.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 36 Theo. 26.

Com. 10.

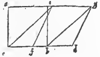
Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrãma in eisdẽ supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cùm Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Cęterùm Elementorum quidem institutor cùm Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. sint enim a b, c d Parallelogramma, super ęqualibus Basibus e b, f d communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur e c, b g rectæ Li-

Cõmunitas, & differẽtia pręsentis, & pręcedẽtis Theore.

Qũo Parallogrãma i eisdẽ dicãt esse Parallelis.

Reliq. duo Casus hui' Theore.

neæ. Quoniam igitur ipsa e f, æqualis est ipsi b d, etenim Basis e b Basi f d æqualis erat, sed Latus c f Lateri d g est æquale, & Angulus c f e æqualis Angulo g d b, & e c igitur ipsi b g æqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammũ ergo est ipsum e b, habetque eandẽ Basim cum vtroque Parallelogrãmorum a b, c d, & in eisdem est Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d est æquale.



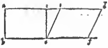
Si quis autem neque communem habentes partem, neque à se inuicem separatas Parallelogrãmorum Bases supponat, verùm quod solùm reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrãmis a e, e d, dicemus quòd Basis b e, Basi e f, & Lateri e d est æqualis. Quamobrem & rectalinea c b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela est, quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipsæ, Parallelæque sunt. Parallelogrãmum igitur est ipsum b d, & est super eisdem Basibus, & in eisdem Parallelis cum ipsis c b, d e Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt c b, d e Parallelogrammа. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cùm dicebamus Bases aut communem habere partem, † aut tangere tantùm se inuicem, aut à se inuicem distare. Fieri autem potest vt quanuis se se tangant quemadmodum ipsę b e, e f, totum d e Parallelogrãmum extra Latus c e supponatur, vel e c Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e secans Latus a c, vel Latere a c producto vsque ad Signum h Latus c e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea h f, vel c e Latus secans Latus a h, vel a h Latere producto vsque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h, & Latus d f secans Latus a h * vel congruens *

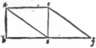


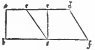
Diuisio triũ huius Theo. Casuũ, & primò vltimi.

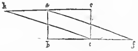
† aut se inuicẽ separatas esse, aut tãgere tm se inuicem.

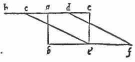
Fran-

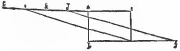












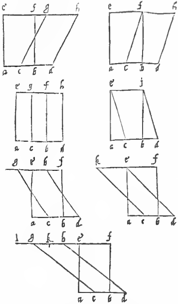
FRANCISCVS BAROCIVS AD LECTOREM.

Scholij

HIC tibi animaduertendum est candide Lector, quòd præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vsque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noster primùm communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidē est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt ij, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cùm declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

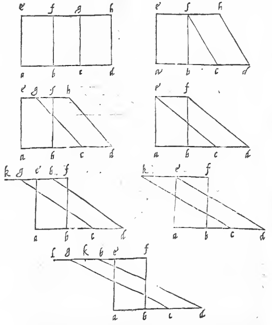
Diuisio Casuum.

nam



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipsę a b c d Latera sanè hisce Basibus opposita, quę sint e f, g h, aut ita à sese distant vt quodam interea iaceat interuallum, ipsum scilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta sunt, vt ipsa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipsam g f: aut sibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & posita Linea k e æquali ipsi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipsam e h, & cum Linea k e, vtpote ipsam g e:
aut

aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitq́ue Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipsã g k, & tunc Latus g h diſtat a Latere e f, ipſo h e interuallo.



Si verò penitus à ſe ſe diſiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, c d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant interual-

teruallo f g: aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipsam g f: aut Latus g h cadit super Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & posita æquali k e Linea ipsi e f, Latus g h cõmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipsa scilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipsa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h cadẽ sunt cum Signis k e, tangitq́ Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & posita æquali Linea l k ipsi k e, Latus g h communem sortitur partem ipsam quidem k h cum Linea k e, ipsam verò g k cum Linea l k, tuncq́ue Latus g h à Latere e f interuallo h e distat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cõmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuisio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in pręsenti commentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuisio, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuũ diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cõmentarij, vt autoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq́ue Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuisione quidẽ hęc sufficiãt. Demõstrationes autẽ pręsentis Theorematis iuxta singulas Casuũ partes tũ quia faciles sunt, tũ breuitatis causa in pręsentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hęc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cõmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum sequẽtis vndecimi cõmemarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quę desit i 1. Procli cõmentario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.

TEXTVS

Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 37 Theo. 27.

Initiũ

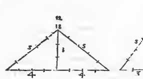
Initium huius Commentarii Desideratur.

* * *

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inęqualia: & inęqualibus, ęqualia ostenduntur. Tale autē quid Chorographi perpessi sunt Vrbiū magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Olī verò quidam possessionum participes in diuisione eos, quivnà cū ipsis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, pluraq́ꝫ sumpserunt cùm peragrātes eam suscepissent possessionē, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere.

Chorographorū hallucinatio.

Idē in lib. tertio in com. 8.



duobus enim ęquicruribus Triāgulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia ęqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunqꝫ siquidem duodecim est. si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq́ue in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium; ipsam autem Perpendicularem è contrariò, illic quidem quatuor, hic verò trium. oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atqꝫ ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verùm si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis, hoc autem iuxta vtrunqꝫ idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatiorum æqualitas non

† æquale Triangulo Spatiū habebis.

omni-

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cũ Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadẽ recta Linea iacentibus. Quo Triãgula i eisde Parallelis esse dicantur.

TEXTVS

Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia. Propõ 38 Theo. 28.

PRæsens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportione respondet, & Triangulorum situ super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cùm enim hoc ostẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habẽt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersẽ ex ipsa Proportione demonstrat. eadem nanq; Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrà. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaq; per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atq; identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non solùm quia vna Demonstratione ostendit quæcunq; in hisce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vtriq; rationum, quanuis inæquales Bases

Com. 12.

Quid sit Altitudo Figurarũ.

† aliud vel perfectũ qd.

Bases fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoq; Theorema mul-

Casus hui⁹ Theore.

tos habet Casus, quodqúe fieri potest vt Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta vero Signum vnum se se contigentes: aut etiam omnino separatæ ita vt inter ipsas Linea sit, manifestum est ijs etiam, qui paululum intelligere possunt. & quòd iuxta omnes Casus vtcunq; Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunq;, Triangulorumqúe æqualitatem ostendere.

Propō 39 Theo. 29.

TEXTVS

Aequalia Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & ad easdem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 13.

QVando quidem ęqualitatē ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quę

Causa propter quam Conuersę 35. & 36. Propositiõ tū ab Euclide, tū à Proclo pretermissæ sint.

quidem in Parallelogrammis Conuersa sunt pretermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniã modus quidem Demõstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemqúe Constructionem. cõtenti autem sumus cùm in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere ijs, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quòd in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorũ intrà cadet productis ijs, quę in altero sunt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quòd

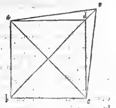
Geometrica diligẽtia.

vtique Totũ suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quòd autem iurè Elementorum institutor particulam illam addidit [& ad easdem partes] manifestum est. nam fieri potest vt super eadem Basi ęqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hasce partes, alterũ verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adie-

cie

eit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intrà, aut extrà, ipse quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem ostendemus. Reliquus absurdæ suppositionis Casus.

Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisdē sunt Parallelis, & quæ ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autē hęc Parallela non est, sit quę extra hanc iacet, ipsa nempē a e, & producatur ipsa b d vsque ad e Signum, & connectatur ipsa e c. Aequale ē igitur Triāgulū a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c æquale est Triangūlo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest. non igitur extra ipsam a d, Parallela cadet. Ostensūm est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo a d ipsi b c Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula, quæque ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars. Adnotatu autem dignum est quòd Triplex cùm sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauum decimum, & nonum decimum diximus: aut totum ad partem, vt sextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quæsitū in altero est: nec Quęsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hęc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula ęqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cùm partem insuper sumpserit eius, quæ in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta.



Notandū. Triplex Conuersionū differētia.

TEXTVS

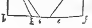
Propó. 40 Theo. 30.

Aequalia Triangula, quæ super æqualibus sunt Basibus, & ad easdem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 14.

Est & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quę ab Elemẽtorum institutore Deductionis ad impossibile prætermissa est pars eodem modo demonstratur, & nõ est opus eadẽ repetere. Cùm autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quòd duo semper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemqúe Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porrò quæ in Triangulis sunt: aut & cùm æqualia sumpserimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quòd vtique vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quòd duo ex his quatuor per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eisdẽ sunt Parallelis, necessariò super eadẽ Basi sunt. sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quòd super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptas suppositiones consequitur, Quapropter cùm decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perscripsit, quatuor verò prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cùm eadem sit Demonstratio. ostendatur enim in Triangulis quòd si æqualia fuerint, in eisdemqúe Parallelis, aut super eisdem, aut super ęqualibus Basibus erunt. nõ sint enim, sed si fieri potest sint a b c, d e f Triãgula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsis scilicet b c, e f, &

[Margin notes:] Tres passiones, ex quib9 decẽ fiũt Locala Theo. — Causã vide i superiori co. — Quã d' causa reliqua quatuor omiserit Euclides Theoremata. — Demõstra tio reliquo rũ duorũ.



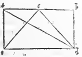
ſit maior ipſa b c, & abſcindatur b h, quæ ſit æqualis ipſi e f, connectaturq́ue ipſa a h. Quoniam itaq; Triangula a b h, d e f ſuper ęqualibus ſunt Baſibus ipſis b h, e f, in eiſdemq́ue Parallelis, ęqualia vtiq; ſunt. At ipſa quoque a b c, d e f Triangula ſuppoſita ſunt æqualia. Triangula ergo a b c, a b h æqualia erunt, quod fieri non poteſt. Non ſunt igitur inæquales ipſorum a b c, d e f Triangulorum Baſes. Idem autē demonſtrandi modus in Parallelogrāmis etiam erit. Cùm itaq; & via oſtenſionis eadem ſit, & id, quod fieri non poteſt, idē, quòd ſcilicet totū ſuę parti eſt ęquale, non īmeritò ab Elementorū inſtitutore prætermiſſum ſuit. Dictum eſt itaque quòd decem neceſſariò ſunt Theoremata, & quæ ſint ea, quę prętermiſſa ſunt, quæq́ue ſit horum reticentiæ cauſa. Verùm transeamus ad ea, quæ poſt hæc conſequuntur. Epilogus.

TEXTVS

Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Baſim habuerit, in eiſdemque fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipſius Trianguli. Propô. 41 Theo. 31.

EST quidem præſens quoq; Theorema locale, miſcet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum conſtitutiones ſub eadem Altitudine iacentium. Com. 15. Quemadmodum igitur Parallelogramma ſeorſum perſpeximus, itemq́ue Triangula, ita cùm ſimul etiam vtraque ſumpſerimus idem cum illis perpeſſa, quam habeāt inter ſe rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia ſiquidem inter ſe ſunt æqualia quę ſuper eiſdem ſunt Baſibus ſiue Triangula, ſiue Parallelogramma, in eiſdemq́ue Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipſa nempe dupla oſtenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum eſſe demonſtrat eadem Baſi, eademq́ue Altitudine exiſtente. At Elementorum quidem inſtitutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrāmum ſuppoſuerit, Caſus huius Theorematis. Propoſitum oſtendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipſorum Baſi Parallelum eſt, eum ſumpſerimus, idē demonſtrabimus. duo ſiquidē ſunt hi Theorematis Caſus. Quandoquidem eadem ambobus exiſtente Baſi, aut intra Parallelogrāmum Verticē habere Triangulum neceſſe eſt, aut extra. Sit igitur Parallelogrāmū a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturq́ue a d recta Linea. Quoniam itaq;

Paral-



Parallelogrammũ Trianguli a c d est duplum, Triangulũ autem a d c equale est e d e Triangulo, Parallelogrãmum porrò ipsius c e d Triãguli duplum est. Quod igitur eadem existente Basi duplum esse Trianguli Parallelogrãmum ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducentibus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrãmum, quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identitatem. Iurè igitur hæc quoq; Geometres omisit, eadem enim est Demonstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tantùm Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demõstratio. Atqui Conuersa quoq; huic Theoremati eodem modo Demonstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelogrãmum duplum fuerit, eandemqúe Basim, aut æquales inuicem habuerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis. Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademqúe ratio vigebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticẽ cadere, aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossibile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò est, Si Trianguli Parallelogrammũ duplum fuerit, in eisdemq; ambo fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim super inæqualibus, cùm æquales sumpserimus, vniuersum Totũ suæ parti æquale ostendemus. In hoc igitur cõmune impossibile omnia hęc Theoremata desinunt. Quare Elementorũ institutor nobis reliquit eam, quæ in his est varietatẽ inuestigare, cùm in simplicioribus ipse, & principalioribus contemplationẽ † contraxerit. Verumenimuero quoniam hæc quoque in memoriã reuocata sunt, age exercitationis causa nos Parallelogrãmũ non accipiendo sed Trapeziũ, cuius duo tantùm Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cũ Triangulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quã ad Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit, perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrãmum esset, cũ Quadrilaterum porrò sit. Dico autem quòd aut duplo maius est, aut minus. cùm enim duo Latera Parallela sint, omnino vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus existen-

Demõstratio i basib⁹ æqualibus † Parallelogramorum.

Cur Theoremata in æqualibus basib⁹ Euclides prætermiserit.

Conuersa huius The. & nota cõuersionis modum.

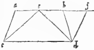
† Si auté.

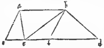
Nota q̃ ex trib⁹ q̃ hoc etiam Theo. sũt pasionib⁹ quq; fieri possunt Theo. quorũ vnũ tm̃ posuit Euclides, reliqua aut prætermisit, q̃ addidit Proclus, vna cũ obiectiõe causa.

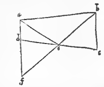
† strixerit.

Digressio Hic elicit quoddam aliud hui⁹ Theo cõuersũ, iuxta alium Cõuersionis modũ.

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, sitq́ue minus Latus a b Latere c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ c c d eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe c d, ducaturq́ue per d Signum ipsi a c Parallela, quæ sit d f. Duplum est igitur Trianguli c c d ipsum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim a b, ducaturq́ue ipsi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ est. His itaq; ostensis dicimus quòd Quadrilatero existente, cuius duo tantũ Latera ex opposito iacẽtia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si vero ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, sitq́ue in ipso Latus a d Lateri c b Parallelum, & secetur bifariam Latus d c a d e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipsa b e, coincidatq́ue cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaq; Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e est æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit æquale, & Triangulum d e f Triangulo b e c æquale.







Per 33. P̄oponé. Pulcherrima Trianguli cum Trapezio sup eadẽ Basi, & in eisdẽ Parallelis cõparatio. nota q̃ aũt cadit etiã iter Parallelogrammũ, & Trapeziũ sup eadẽ Basi, & ieisdem Parallelis cõparatio d' qua dicẽdũ in Comentariis nr̃is. oĩa aũt hęc vera sũt & ĩ Basibus ęqualib⁹, horũq; cõuersa, si cõuenietib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio sup eadẽ basi nõ in eisdẽ Parallelis, sed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc est qđ Proclus obiter ostẽdit.

Com-

Commune apponatur Triangulum a d c. Totum igitur a e f Triāgulum duobus a d e, b c e Triangulis est æquale. Verùm Triangulū a e f æquale est a e b Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe b e, e f, in eisdemque Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur a e b æquale est Triangulis a d e, b c e, & Quadrilaterum a b c d duplum Trianguli a e b, quod erat ostendendū. Eodem sanè modo ostendemus quòd si etiam à Latere a b bifariam dissecto ad Latus c d quædā rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundum nobis est.

* hæc ad finē vsq; omnia fortasse Procli nō sūt, sed ab aliquo addita.

FRANCISCI BAROCII
Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.

HOC rursus in loco Lector beneuole silentio pretereundum nō est, quòd in omnibus ferè, quæ hucusque vidimus exemplaribus maximā hic imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, vnà cū principio septimidecimi desideratur, præter quàm quòd legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] vsque ad finem cōmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, proptereaque habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarij finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse commentario censeo, primò quidem eò quòd quū superius tum in octauo Commentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Commenta-

Prima ratio.

mentarios partis tertię primas tenet, nec secūdę parti tertiā cōnexerit, necq; tertię propositū discusserit, quēadmodū fecit in principio quarti libri, vbi porro cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̃ ad vigesimęseptimę Propositionis expositionē accederet, quę secūdæ partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secūdā primę annexā ostēdit, quę'q; in ea pertractāda erāt ab Elemētorū institutore declarauit, hęc plane hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimùm Theoremate tertiæ partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quòd in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundæ partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigesimęquintę Propositionis interpretationem se contulit: quod'q; in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicē colligauit, necq; mentionem vllam fecit eorum, quæ ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cùm enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit intèr quartūdecimū, & quintumdecimum Cōmentarium hæc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum vltimæ propositum tetigerit, necq; à Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripertitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quòd præsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixiorem ea, quæ in ipso reperitur orationem continuerit. Secundò verò, quoniam digressionem in materia pulcherrima, difficiliqúe aggressus est, quippe quæ pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materiæ partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triāgulo super eadem, aut super ęqualibus Basibus, in eisdemqúe Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consuluit, hîc quoque exercitationis nostræ causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmo, itemqúe alteri Trapezio super eadem, aut super æqualibus Basibus, in eisdemqúe Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriè Trapeziū à Posidonio, & a Proclo vocatur, quippe quod duo tantùm habet Latera Parallela. nam Trapezoidea, quæ etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarum causa passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cùm Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

Secūda ratio.

qd doceat Proclus in sua digresšione.

Responsio ad tacitã obiectionem. tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ ſimul, & quadrangulæ, alio verò trilateræ ineiſdem dicuntur eſſe Parallelis. Quare Proclus ipſe prius quàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogrãmo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declarauit de quo Trapezio ſit ei ſermo, nempe de eo, quod propriè nomine Trapezij appellatur, poſtea incepit comparare Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & in eiſdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemque Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & non in eiſdem Parallelis, ſed cũ alia conditione; necnon ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum quadam alia conditione comparare. At finem verſus comparationis, quæ ſuper eadem Baſi non in eiſdem Parallelis cum conditione bipertitę Lateris, quod eſt Baſi oppoſitum ſectionis fit, cõmentarius deliquium patitur, deeſtque primùm quidem comparatio Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum hac conditione quòd Triangulum ſolum in duabus ſit Parallelis, quarum vna cadat ſuper communi eorum Baſe, altera ſecet Trapezij Latus, quod eſt Baſi eius oppoſitũ in duas partes æquales: ſecundò verò Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemque Parallelis comparatio: tertiò autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogrammo ſuper eadem, vel ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis: quartò denique, eadem Trapezij cũ Trapezio comparatio: quinto demum, & vltimò præter quandam ſui moris pulchrã in fine cõmentarij conſiderationẽ, aut documentũ, deeſt procul dubio ſecundæ, atq; tertiæ primi Elementorũ libri partiũ continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum inſtitutore pertractantur breuis commemoratio. Hæc ſunt ea, quæ in præſenti cõmentario iudicio meo deſiderantur, ibi [in eiſdemque Parallelis] quanuis aliquis Procli ſtudioſus manũ iniecerit, poſtremã q; earũ, quę nunc extant in eo Demõnem perfecerit, ac demũ ita cõmentariũ epilogo concluſerit, vt integrũ videatur. Veruntamen poſsibile etiam eſt q; cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, ſynceraque ſint, deliquium verò cõmentarij incipiat poſt illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum eſt] quodque verba illa [Hæc quidem &c.] quę poſtremũ ſortita ſunt locum, ſint totius cõmentarij epilogus. Aut fortaſſe etiam fieri poteſt vt defectus in duobus ſit locis, primùm ibi [Quadrilaterũ eſt] deinde ibi [ſint demonſtrata] ita vt verba illa [Hæc quidem &c.] ſint epilogus digreſsionis, illa autem

Quæ deſint in digreſſione, & in fine cõmentarij.

[ad ea

[ad ea verò &c.] ſint pars epilogi eorum, quæ poſt digreſsionem dixiſſet, ac deniq; totius cõmentarij. Aut inconueniens quoque non eſt quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hęc quidem] vſque ad illa [eundum nobis eſt] ſint totius digreſsionis epilogus, ſecundaq; imperfectio ſic ſe habeat [eundum nobis eſt hoc prius obiter adnotato, quòd ex præſenti potiſsimùm Propoſitione apparet tertiæ primi Elementorũ partis Propoſitum, cõmunis nempe Triãgulorum, Parallelogrãmorumqúe contemplatio] & ſimilia. Verumenimuero vtcunque ſe habeat ſtudioſis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non ceſſabo vt mecum quęrere non deſiſtant quouſq; omnes Procli commentarij perfecti, integriqúe reperiantur, ne tanta, quæ in eis eſt doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda cenſui partim vt ea tibi verba oſtenderem, quę in quodam exemplari græco ad huius cõmentarij finem adiecta mihi videntur, ne ſi aliquando integrum, vel aliter ſe habere commentarium reperias, ea me addidiſſe exiſtimes: partim etiam vt quæ in ipſo deſiderantur paucis recenſerem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc ſufficiant.

TEXTVS

Dato Triangulo æquale Parallelogrammum conſtituere in dato Angulo rectilineo. Propõ 42 Prob. 11

COmmentarius Procli in hanc Propoſitionem, qui eſſet in ordine ſextuſdecimus deſideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, Scholium ſecũdum.
eſſetqúe noſtrum eam commentario illuſtrare, vt Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propoſitionibus, ita etiam in hac eluceſceret. Sed quoniam propoſitum in præſentia nobis eſt Proclum ſolũ abſq; alijs expoſitionibus emittere, ſatius erit huiuſce Problematis interpretationem aliàs vnà cum reliquis in Proclum noſtris expoſitionibus edere. Nunc verò ſatis ſit adnotaſſe quòd deeſt Procli totus ſextuſdecimus cõmentarius, vt vnuſquiſq; diſcendi cupidus, eum inueſtigare conetur. atq; hæc de his. Altius autem rurſus exordium ſumendo perſcrutemur defectum ſequentis ſeptimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ deſiderantur ſententiam afferre poſſimus. Quũ itaque tres quidem ſint huiuſce trigeſimiſecundi Theore- Quę continẽatur i 17. cõmẽtario. Quę reperiantur in 17. cõmẽtario.

k 2 matis

matis Casus nec plures, neque pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbique summa cura, & diligētia vtilitati nostræ studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisque veritatem in ns demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in commentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum commentarios suos auspicari minimè consueuit, & quoniā desunt quædā verba ad sententiā, orationemque perficiendam, iudicandū est quòd non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quæ desunt ad complendum sermonem, huiuscemodi forsan essent [Verùm Elementorum institutor Parallelogrāma, quæ circa Dimetienté consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quòd fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodque porrò Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarn principio desiderantur, fortasse varia essent. consueuit enim Proclus vbique antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrùm Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediū: vtrùm Determinatum, an Indeterminatū: vtrùm Abundans, an Diminutum: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutum, vtrū Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrū Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrùm Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrùm Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrùm Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrū Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrùm Locale, an secus: & si Locale, vtrùm in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrùm in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrū in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrū in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi: Quòd si in solidis, vtrū in sphæricis, vel in conicis, vel cylindricis, vel spi

Quæ desunt 17. Cōmentario.

ſpiricis, vel alius cuiuſdam ſpeciei: & ſi in Sphæricis, vtputa in Helicibus, vtrùm ſphærarum æqualium, vel inæqualium. & ſi in conicis, vtrùm in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in cylindricis, vtrùm in Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in ſpiricis, vtrum in ijs, quæ fiunt à ſectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quę etiam variæ ſunt. ſimiliterq́ue ſi eſt Locale in Superficiebus, vtrùm in planis, an in ſolidis: & ſi in planis quidē, vtrùm in circularibus, ſemicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimq́ue multilateris: & ſi in trilateris, vtrùm in æquiliteris, vel æquicruribus, vel ſcalenis: & ſi in æquicruribus, ſiue ſcalenis, vtrùm in rectāgulis, obtuſangulis, vel acutangulis: & ſi in quadrilateris, vtrùm in parallelogrammis, an ſecus: & ſi in parallelogrammis, vtrùm in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus: & ſi in non parallelogrammis, vtrùm in trapezijs, an trapezoideis: & ſi in trapezijs, vtrùm in æquicruribus, an in ſcalenis: & ſi in multilateris, vtrùm in quinquangulis quinque Laterum, vel ſexangulis ſex Laterum, deincepſq́ue in infinitum: & ſi in quibuslibet iſtarum, vtrùm in æquilateris, & æquiangulis, vel in æquilateris, ſed non æquiangulis, vel in æquiangulis, ſed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus ſolidis fuerit, vtrùm in ſphæricis, ſpiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiuſdam alius ſpeciei: & ſi in ſphęricis quidem, vtrùm in ſemiſphæricis, vel ſemiſphęrica maioribus, aut minoribus: ſi autem in ſpiricis, vtrùm in ſpiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ: ſi verò in conicis, vtrùm coni rectanguli, obtuſanguli, vel acutanguli: & ſi in aliquibus iſtarum, vtrùm in conicis Coni æquicruris, vel ſcaleni: ſi demū in cylindricis, vtrùm in ijs, quę fiunt à circũuolutione Lateris Quadranguli, vel Partealteralongioris: & ſi in qualibet iſtarum, vtrùm Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Poſthęc conſueuit Proclus conſequenter Expoſitionem Theorematis aggredi, & declarare quæ ſit eius Suppoſitio, quodq́ue Conſequens: necnon quod ſit eius Conuerſum, quiſq́ue Conuerſionis modus, vtrùm iuxta Præcipuam Conuerſionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur: & vtrùm totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem: quot præterea Propoſitio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat: quis fuerit eius inuentor: vtrùm ſit aliqua contra eam inſtantia, & quomodo ſit ei occurendum: ac demum quæ ſit eius Conſtructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Conſtruatur, atq; demonſtretur, vtrùm per Demonſtra-

monſtrationem directam, an per Deductionem ad impoſſibile: & vtrùm in vnico Caſu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nacta ſit: & ex quibus medijs demonſtretur, vtrùm ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: poſtremoq́ue cum aliqua pulchra cōſideratione, aut documento, aut digreſſione cōmentarijs ſuis finem imponere, vt in præſenti feciſſe videtur. Hæc candidiſſime Lector erant mihi recenſenda, vt quæ in Procli cōmentarijs deſiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inueſtigare non ceſſabo quouſque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademq́ue perfectione, qua Autor illud perſcripſit reſtituam, & renatę Fœnicis inſtar reuiuiſcere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæq́ue iandiu deſideratum munus impertiar. Quòd ſi ante mearum expoſitionum emiſsionem hoſce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata ſunt perficere pro viribus enitar. De his autem hactenus.

Sequuntur Procli Commentar[i]a.

TEXTVS

Propô. 43 Theo. 32.

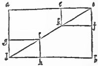
Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem cuiuſcunque Parallelogrammi cōſiſtentium, inter ſe ſunt æqualia.

Principium huius commentarii deſideratur.

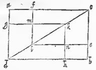
* * * *

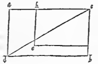
Com. 17. * vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodq́ue porrò Complementa nō ſunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Caſum idem accidens perſpicere. Sit enim Parallelogrāmum a b, quod habeat Parallelogramma e k, d l circa eandem Dimetientem, ſit autem inter ipſa quædam k l recta Linea, quæ ſit Dimetientis pars. Rurſus itaque eadem dices, nempe Triangulum a e d æquale Triangulo b e d, & Triangulum e c k, Triangulo k e f, necnon d g l Triangulo d h l Triangulo. Reliqua igitur a g l k e quinque Laterum Figura,

Reliq. duo hu[iu]s The. Caſus.



Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterũ Figuræ æqualis est. Hæc autẽ erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, neq; distarent ab se inuicẽ, sed inuicem intersecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrāma circa ipsam, vnum quidẽ ipsum e c f l, alterũ verò, à quo etiã hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cõplementa ęqualia sunt. Cum enim totũ d g k Triãgulũ toti d h k Triãgulo æquale sit, est autẽ pars quoq; ipsius Triãgulum k l m ęquale Triãgulo k l n, Parallelogrãmũ siquidẽ est & ipsum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio est æquale. Verùm a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in c f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantùm, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrãma enim, quæ circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam à sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum à re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoq; præter duo Parallelogrãma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimatũ nõ fuit. varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognosceremus quid esset Parallelogrãmum, quęq́ue essent ea Parallelogrãma, quæ toti Parallelogrãmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantùm modo cognitum vtique fieret. Illa autẽ Parallelogrãma circa eãdem Dimetientẽ sunt, quęcunq; partẽ totius Dimetientis pro sua etiã Dimetiente habent: quęcunq; verò nõ, minimè. cùm enim totius Parallelogrãmi Dimetiẽs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrãmi secat, tunc Parallelogrãmũ hoc toti Parallelogrãmo circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ est. Exẽpli gratia vt in a b Parallelogrãmo c d Dimetiens secat e h Latus ipsius e c Parallelogrãmi. Parallelogrãmũ ergo e c Parallelogrãmo c d circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ est.





Cur tres soli sit huius Theo. Casus.

Documentum.

Vnde ortũ sit hoc nomẽ Cõplemẽta.

Cur in Definitionibus cõplemẽta Euclides nõ definierit.

Quæ Parallelogrãma dicantur esse circa eãdẽ Dimetientẽ.

Ad

Propō 44 Prob. 12 † in dato Angulo re ctilineo.

TEXTVS

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelogrammum applicare † in Angulo, qui sit æqualis dato Angulo rectilineo.

Com. 18.

Noĩa hæc παραβολῆ, ὑπερβολῆ, ἐλλείψις qd significent apud Antiquos, quidque apud iuniores. circa hoc vide ēt Geminū i 6. lib. Geometricarū enarrationū, et Eutocium i primum conicorū Apollonii. In propō nibus 28. & 29.

Quō Applicatio fiat.

ANtiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæq; Musę inuenta, Applicatio vtiq; Spatiorum, & Excessus, atq; Defectus. Ab his aūt & Iuniores cùm nomina suscepissent, transtulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolen, alteram autem Hyperbolen, Tertiam verò Ellipsim vocarunt. cùm illi quidem priscæ autoritatis, diuiniq́ue viri in plana Spatiorum ad terminatam rectam Lineam descriptione quæ ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verò Spatij Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatio descripto aliqua extrà sit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verò Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non solùm Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus, verùm etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Aream duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, ęquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, si cùm acceperimus totam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem esse oprtet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cùm itaq; fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes proposito Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum.

Tria sunt Data i ho: Proble.

Tria autem sunt in præsenti Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, vt tota ipsius Spatij Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatij Angulum esse oportet: Et est rursus perspicuū, q recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Partealteralongius erit: acuto verò, siue obtuso,

Documentum.

tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quod rectam Lineam finitam esse oportet: ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cùm dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quod etiam necessarium est rectã Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructionẽ præsentis Problematis Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, vt diximus. verùm hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cùm vnum Latus datum habeat, ad hoc cõstituit ipsum Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extensionem, neq; excedit, sed vno hoc vtitur Latere, quod Aream comprehendit. Qua igitur (fortasse dicas) de causa cùm quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematibus vtebatur: cùm verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, consideratione que sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinatione que æqualitas indiget, quippe cùm per sese inuentu difficilis sit.

Quó differat Applicatio à Cõstitutione.

Finis Documenti.

Dub.

Sol.

TEXTVS

Dato Rectilineo æquale Parallelogrammum constituere in dato Angulo rectilineo.

Propõ 45. Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cùm itaque datum Rectangulum in Triangula resol-

Com: 19. Hoc Problema vniuersali⁹ est 11. & 12. Problemate, & vltima Propõne secundi libri.

Superius ĩ com 6.

Demõ problematis.

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iussum est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidē Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quæritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate prisci incitati æquale Circulo Quadrangulum describere quæsierunt. Si enim Parallelogrammum cuicunque Rectilineo æquale reperitur, quæstione dignum est, num rectilineæ quoque Figuræ possint Curuilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quod omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circunferentiam Linearum vni ex iis, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Basi æqualis est. Verùm hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ consequuntur eamus.

[Margin: Exēplum in Figura decē Laterum]

[Margin: Vide Archimedem & Eutociū in lib. de Circuli dimensione.]

[Margin: Epilogus.]

[Margin: Propō. 46 Probl. 14.]

TEXTVS

A Data recta Linea Quadrangulum describere.

[Margin: Com. 20. Optima ? Rctilineorū æquilaterū triangulū, et Quadrāgulū sunt, quibus opꝰ ē ad constitutionem quatuor mūdanarū Figurarum. idē in lib. 2. cap. 9. et cō. 17. & 9. & aliis in locis.]

INdiget quidem hoc Problemate potissimùm in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli, quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est: nam Icosaedrum quidē, & Octaedrum, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant:

Cubus

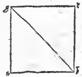
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia nanq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis construitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodũ habemus Quadrangulum cùm datæ rectæ Lineę numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cùm aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnũ ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositę rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est aũt q̃ rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem a b describatur a b e g Quadrangulum, ab ipsa verò c d, ipsum c d h f, & connectantur g b, h d rectę Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales sunt, ipsæ etiam a g, h c sunt æquales, æqualesq́ue Angulos comprehendunt, & Basis g b Basi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo a e Quadrangulo c f inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa a f, c g, & ponantur ita vt in directum sit Latus a b Lateri b c. cùm itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum est. Connectantur f c, a g, a f, c g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale est e g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo est æquale: commune apponatur b c f

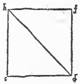
Cur Eucli des vnum horũ cõstituat, alterũ describat.

Quo ex Circulorũ descriptio ne oriatur Triangulũ ęglaterũ.

Documẽ.

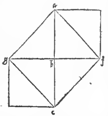
Demõ cuiusdã vtilis simi Theo. q̃ dependet ex Definitione Quadranguli.





Demõstra ti Theore. Conuersum, eiusq; Demõ.

Triangulum. Totum ergo a c f Triangulum Toti c f g Triangulo æquale eſt. Parallela eſt igitur ipſa a g, ipſi f c. Rurſus quoniam, tũ ipſe a f g, tum ipſe c g b Angulus dimidia recti pars eſt, ipſa a f, ipſi c g eſt Parallela. Aequalis igitur eſt recta Linea a f rectæ Lineæ c g, Parallelogrãmi ſiquidẽ Latera ex oppoſito iacentia ſunt. Quoniam itaq; duo ſunt Triãgula a b f, b c g,



quæ Alternos Angulos æquales habẽnt, quippe cùm ipſæ a f, c g Parallelæ ſint, necnon Latus vnum ipſum ſcilicet a f Lateri c g æquale, Latus quoq; a b Lateri b c, & Latus b f Lateri b g erit æquale. Oſtẽſum eſt igitur quòd Latera etiam, à quibus deſcripta ſunt a f, c g Quadrangula, æqualia ſunt, æqualibus illis exiſtentibus.

Propõ. 47 Theo 33

TEXTVS

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt Quadrãgulis, quæ deſcribuntur à Lateribus † circa rectum Angulum iacentibus.

† rectũ Angulũſ cõphẽdentib⁹.

Com. 21. SI eos quidem qui antiqua enarrare volũt audiamus, pręſens Theorema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes eum cùm id inuenerit bouem immolaſſe. Ego verò miror quidem & eos, qui primi huiuſce Theorematis veritati incubuere. magis autẽ admiratione proſequor Elementorum inſtitutorem, non ſolùm, quia per euidentisſimam Demonſtrationẽ hoc cõuicit, verũ etiã quia & quod ipſo vniuerſalius eſt Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuinciqúe minimè poſſunt in ſextó libro perſuaſit. nam in illo vniuerſè oſtendit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æqualis eſt formis, quæ à Lateribus rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ ſimiles, ſimiliterqúe deſcribuntur. nam omne quidẽ Quadrangulum omni Quadrangulo eſt ſimile, non autem omnia ſibi inuicem ſimilia rectilinea, Quadrangula ſunt. in Triangulis ſiquidem, alijſqúe multiangulis ſimilitudo

Præſens Theo. ad Pythagorã referẽ, qui ẽt ſacrificauit i inuentione. vide Vitruuium. Euclidis commendatio. Vide 31. Propõnẽ Sexti.

militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunq; alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quam illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta † fit vniuersali ostenso, quòd vtique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaq; ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quòd hic vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarũ similitudine docuit, neq; omnino aliquid de Proportione ostendit. multa enim eorum, quæ hic magis particulatim, † in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogrãmis contemplatione. Cùm autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruribus quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximiorem dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitate deficiente. in scalenis verò fieri potest vt Numeri suscipiãtur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ijs, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ijs, quæ ab illis fiunt. hoc enim est vigintiquinq;, quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Traditæ autẽ sunt & viæ quædam inuentionis huiuscemodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorã, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datũ imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cùm acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

ab

† ostendit Causa passionis tum huius, tũ 31. Theo. sexti Elem ẽ ipsa Anguli rectitudo, quemadmodũ Hebetudo, & Acumẽ excessus, diminutionisq; causæ sũt. Ex hoc loco, & ex cõ.9. huius & 13. tertij habes q; Procli ætate erat tetã Eucli dis Elemẽtarẽ institutionẽ exponere. Notandũ.

† nobis Digressio. Duplex te ctãgulum Triãgulũ. Nõ inuenit quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus quod probat Campanus in 10. Elemento rum.

De hoc Triangulo vide Platonem in Rep. Duæ sunt viæ quibus inueniunt Triãgula rectãgula Numeris integros in Lateribus habentia. Via Pythagorica.

ab hocque Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cũ autem huic quocꝫ Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit.

Exẽplum viç Pythagoricæ.

Exempli gratia cùm Ternarium acceperit, ab ipsoque quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicꝗ rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumque est Triangulũ rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterũ aũt quatuor, tertiũ verò quinꝗ Vnitatũ habet.

Via Platonica.

At Platonica, à Paribus adoritur. cùm enim datũ parẽ susceperit Numerum, ponit ipsum tanquã vnũ Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncque cùm bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cùm Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cùm verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quę circa rectum Angulum sunt.

Exemplũ viæ Platonicæ.

Verbi causa, cùm Quaternarium sumpserit, huiusque dimidiũ Binariũ in seipsum multiplicauerit, ipsumque Quaternarium fecerit, cùm Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cùm verò adiecerit efficit Quinarium, idemque Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit.

† qđ enim à Quinario fit, æquale ẽ ei, quod fit a Ternario, & ei, qđ à Quaternario Compositis.

Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendũ esse censeo, quod sit supetuacaneum, sed ijs, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunꝗ etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæque ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaꝗ ad ea, quæ sequuntur transeamus.

Finis digressiõis. Reprehẽdit Heronis, & Pappi sectatores.

Propõ. 48 & vltima primi Ele. Theo. 34.

TEXTVS

Si Quadrangulum, quod ab vno Laterum Trianguli describitur ęquale fuerit Quadrangulis, quę à reliquis duobus Trianguli Lateribus describuntur: Angulus, qui à reliquis duobus Trianguli Lateribus comprehenditur, rectus est.

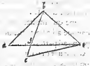
Cõ. 22. & vltimum.

COnuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulũ fuerit, quod à subtendente describitur Quadraugulũ, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

Modus cõuersionis hu⁹ The.

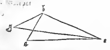
quæ à reliquis, æquale fuerit; Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

Triangulo autem existente a b c, & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere a c, æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur, cùm in ipso Triangulo Lateri b c à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quòd ad alteras partes recta Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitauit, dicemus quòd sermo hic impossibile ait. neq; enim intra Triangulū ipsam cadere possibile est, neq; extra, sed nulla alia est, quàm ipsa a b: nam si fieri potest cadat, vt ipsa b e. Quoniam itaq; Angulus e b c rectus est; Angulus certè e f b acutus est. Quamobrem reliquus a f b obtusus erit: Maius est igitur Latus a b, Latere b f. Ponatur ergo ipsi a b æqualis, quæ sit b e, & connectatur e c. Quoniam igitur Angulus e b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere e c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus e b, b c describuntur. Verùm ipsa e b ipsi b a, est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur a Latere e c, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere a c describitur. Aequale igitur est quod à Latere e c, ei, quod à Latere a c describitur Quadrangulo. Et ipsa e c ergo ipsi a c æqualis est. Erat autem, & ipsa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ a b. Duæ igitur b e, e c rectę Lineæ, duabus b a, a c rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea b c constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulus rectos excitatur. Atqui neq; extra ad alteras ipsius a b rectę Lineę partes. Si enim fieri potest cadat, vt ipsa b g, & sit æqualis ipsi a b ipsa b g, & connectatur c g. quoniā itaq; Angulus g b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere g c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus b g, b c describuntur. Erat autē & quod à Latere a c, æquale ijs, quæ à Lateribus a b, b c, æqualis verò est a b, ipsi



Instantia hu.* Theorematis.

Respōsio.



Nota qd huius Theorematis i'stātia sol uit p septimā Propō ne primi. Quapp ñ ab re ab Elemētorū institutore inter sextā, & octauā iteriecta fuit. vtilis. n ē ad instantias destruendas, nec non ad Astronomiā vide cōm. 12. lib. 3.

ipsi g b. Aequalis est igitur g c, ipsi a c. At ipsa quoque g b recta Lineæ rectæ Lineæ b a æqualis est, super vna b c recta Linea, quod fieri non potest. Neque ergo intrà, neque extrà cadet recta Linea, quæ ad Angulos rectos ipsi b c à Signo b excitatur. Super ipsa igitur a b cadet. Angulus ergo a b c rectus est. Soluta est igitur Instantia. At primum quidem Librum hucusque Elementorum institutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit (tota nanque ad tota sæpenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Positiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis satis superque in memoriā redegit, Vniuersalium preterea, Particulariumque Theorematum Elementarem institutionē patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorūque Problematum differentiā indicauit (quæ sanè omnia nos quoque ipsum consequentes ordinatim explicauimus) totum denique Librum ad vnum Propositum retulit, ad Elementarem vtique institutionem eius, quæ de simplicioribus rectilineis Figuris est contemplationis, ac demum tum Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quæ ipsis per se insunt considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi poterimus, Dijs gratiam habebimus. si autem aliæ curæ nos ab instituto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere censeo, quod difficile passim est, & ad rē ipsam pertinet, facileque diuidi potest sectantes. quoniam ea sanè, quæ hoc tempore afferuntur Commentaria multam, atque variam in se se confusionem continent, quippe quæ nullam causæ assignationem simul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philosophicam.

Epilogus totius primi lib. Elementorū.

Hinc perspicuū est quod Procli propositum erat oēm Euclidis elementarē institutionē exponere, sed certū nō ē ipsū eā exposuisse, quia cū cōdone hoc pollicetur.

Commentariorum Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem quàm accuratisſimè digeſtus, & quàm locupletisſimè, vbi p, principiū, m, medium, & f, finem cuiuſcunq; paginę declarat.

A Litera.

m Angu-

B. Litera.

C. Litera.

D. Litera.

Diui-

E. Litera.

F. Litera.

L. Litera.

M. Litera.

N. Litera.

O. Litera.

P. Litera.

Q. Litera.

Qua

R. Litera.

T. Litera.

FINIS.

PATAVII,

Excudebat Gratiosus Perchacinus.

1 5 6 0.

[illegible]
[illegible]